INSTITUTO DE FORMACIÓN DOCENTE N°14

CURSO DE INGRESO 2020.-

PROFESORADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA EN MATEMÁTICA

Datos de la Institución

Instituto Superior de Formación Docente N° 14.
Dirección: Perito Moreno 240.

Ciudad de Cutral Có, Neuquén, Argentina. Teléfono: 0299-4964847.

Sitio web: http://isfd14.nqn.infd.edu.ar

Correo electrónico: isfd14nqn@gmail.com

En facebook: ISFD N°14 Cutral Có (grupo público)

Blog: isfd14cc.blogspot.com

Datos Personales

Nombre y Apellido: ______________________________

Correo electrónico:______________________________

Teléfono:______________________

Dirección:__ ________________

Horario de 19:00 20:00 hs

Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
				20-02-20	21-02-20	
	Feriado de Carnaval	Feriado de Carnaval	26-02-20	27-02-20	28-02-20	

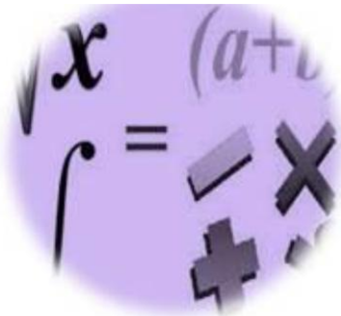
FECHA	DENOMINACION DEL TALLER
20.FEB.2020	CONCEPTOS ESPECÍFICOS
21.FEB.2020	CONCEPTOS ESPECÍFICOS
24.FEB.2020	FERIADO DE CARNAVAL
25.FEB.2020	FERIADO DE CARNAVAL
26.FEB.2020	CONCEPTOS ESPECÍFICOS
27.FEB.2020	DIDACTICA Y PRACTICA
28.FEB.2020	TALLER AEREA GENERALES

Mapa Curricular

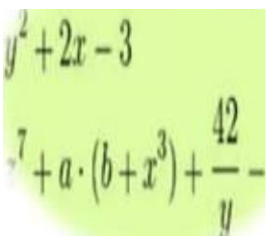
Profesorado de Educación Secundaria en Matemática Plan 577							
Primer Año		Segundo Año		Tercer Año		Cuarto Año	
Historia y política de la Educación	Ingles 4			Educación y TIC	Educación Sexual e Integral	Historia Argentina y Latinoamericana	EDI II 4
Sujeto de la Educación Secundaria	Introducción a la Estadística			EDI I 4	Física 4	Matemática Financier	Probabilidad y Estadística
Lectura y Escritura de Textos Académicos		Psicología Educacional		Didáctica de la Matemática II		Modelización en la Ens. De la Mat.	Variable Compleja
Filosofía 4		Pedagogía		Análisis II		EDI III	
Algebra I 5		Sociología de la Educació		Historia y epistemología de la Matemática 4		Práctica Profesional docente IV: Residencia 10	
Geometría I 5		Didáctica de la Matemática		Geometría III 4			
Introducción a las Ciencias Físico		Aritmética 3		Práctica Docente III 6			
Didáctica General		Análisis I					
Práctica Docente I		Geometría II					
		Algebra II 4					
		Práctica Docente II					

Total de Hs cátedra por semana por cuatrimestre:

1er Cuatr	2do Cuatr	1er Cuatr	2do Cuatr	1er Cuatr	2do Cuatr	1er Cuatr	2do Cuatr
37 hs	36 hs	3 9hs	39 hs	34 hs	33 hs	24 hs	24 hs



ARITMÉTICA



Conjuntos Numéricos.-

Números Naturales

Los números son símbolos que están en nuestro contexto cotidiano, son parte de nuestra cultura no solo escolar sino que también social.

Una de las primeras creaciones humanas relacionadas al conocimiento matemático fueron los números naturales que permiten contar cantidades, es decir que podemos especificar cuántos elementos hay en una colección, determinar la posición que ocupa dicho elemento en una lista e identificar que elementos es uno entre otros.

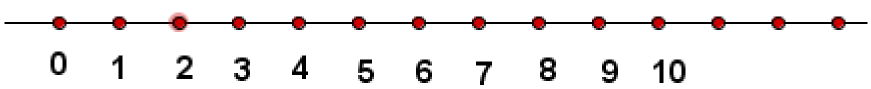
Este conjunto numérico, se lo simboliza con $\mathbb{N}$ o $\mathbb{N} = \{1; 2; 3; \dots \dots\}$.

Propiedades del conjunto

- El conjunto de los números naturales es infinito.
- Tiene primer elemento, el uno, y no tiene último elemento. (Algunos autores consideran que el primer elemento es el 0).
- Todo número natural, excepto el uno, tiene antecesor.
- Entre dos números naturales existe siempre un número finito de naturales. Por eso se dice que es un conjunto discreto.
- Todos los números naturales tiene un sucesor (n +1)

Representación:

Estos números se representan en la recta numérica, teniendo en cuenta una escala determinada.



Operaciones y propiedades

Suma o adición:

Al sumar dos números naturales a y b, se obtiene al contar a sucesores de b. Por ejemplo: 2 +4, se puede contar 3, 4, 5 y6, que son 4 sucesores de 2.

Ley de Cierre: siempre que se sumen dos números naturales, se obtiene otro número natural.

$$\forall a, b\ y\ c \in \mathbb{N}: a + b = c$$

Conmutativa: la suma es una operación conmutativa, dado que al cambiar el orden de los sumandos no se modifica el resultado:

$$\forall\ a, b \in \mathbb{N}: a + b\ = b + a$$

Asociativa: si se suman varios sumandos, es posible operar reuniendo distintos parres de sumandos sin modificar el resultado.

$$\forall\, a, b\ y\ c \in \mathbb{N}: (a+b)+c = a+(b+c)$$

Existencia del elemento neutro: el elemento neutro de la suma es el número natural b que sumado a otro número natural a da como resultado a

$$\forall a, b \in \mathbb{N}: a+b = a$$

Resta o sustracción:

Esta operación se puede definir a partir de la suma.
En el caso en que el número natural a sea mayor o igual que otro b, se puede determina otro número natural c, que es la diferencia entre ambos

$$\forall\, a, b\ y\ c\ \in \mathbb{N}: a-b = c, si\ \ b+c = a$$

Ley de cierre: no siempre que se hace la diferencia entre dos números naturales se obtiene otro número natural.
Por ejemplo: 5-3 = 2
3 -7 = -4 que no es un número natural

La resta o sustracción de números naturales **no es una operación conmutativa y asociativa.**

Multiplicación o Producto:

La multiplicación o el producto de números naturales, se puede definir como la suma de **n** sumandos iguales a **a.**

Por ejemplo: $\underbrace{a + a + a + a + \cdots . + a}_{\text{n sumandos}}$ = a. n

Si b = a .n, decimos que a y n son factores y que b es el producto. Además podemos afirmar que b es múltiplo de a, o que a es divisor de b, ya que b: a= n

Ley de cierre: al multiplicar dos números naturales, se obtiene otro natural.

$$\forall a, b, c \in \mathbb{N}: a.b = c$$

Conmutativa: El orden de los factores no altera el producto.

$$\forall a, b \in \mathbb{N}: a.b = b.a$$

Asociativa: si se tienen más de dos factores, es posible operar reuniendo distintos pares de factores sin modificar el producto:

$$\forall\, a, b, c \in \mathbb{N}: (a.b).c = a.(b.c)$$

Distributiva: para facilitar el cálculo al multiplicar, en algunos casos, se descompone alguno de los factores en dos números, usando una suma o una resta.

Dados a, b y c números naturales cualesquiera, si a la suma de a y b (o a su resta) se la multiplica por c, se obtiene el mismo resultado que si se multiplica a por c, y b por c, y se suman (o restan) ambos productos.

$$\forall a, b\ y\ c \in \mathbb{N}: (a+b).c = a.c + b.c$$

División entera

Efectuar la división entera de un número natural D por otro número natural d **(**$d \neq 0 \; y \; r < d$) es encontrar dos números naturales c y r (únicos) que cumplan: **d . c + r = D**

Cuando el resto de la división es cero, se denomina división exacta.

Propiedades de la división

Ley de cierre: no se cumple dado que el cociente entre dos números naturales no siempre es otro número natural.

Por ejemplo: 2 : 6

Conmutativa: no se cumples dado que $a : b \neq b : a$

Por ejemplo: 6 : 2 ≠ 2 : 6

Asociativa: no se cumple dado que: $(a : b) : c \neq a : (b : c)$

Distributiva respecto de la suma, la resta y sumas algebraicas, sólo se cumple si éstas figuran en el dividendo:

$$(a+b-c) : d = a:d + b:d - c:d$$

Potenciación números naturales:

Cuando en una multiplicación todos sus factores son iguales, es posible definir la potenciación:

Por ejemplo: 3x3x3x3 = 3^4, que se lee tres a la cuarta, el número 4 se llama exponente e indica la cantidad de veces que se multiplica la base que es 3.

$$\text{base} \longleftarrow a^{b} = c \longrightarrow \text{potencia}$$

exponente

Propiedades:

- Todo número natural elevado a la 1 siempre es el mismo número $a^1 = a$

Ejemplo: $3^1 = 3$

- La potenciación no es conmutativa: si se cambia de lugar el exponente y la base el resultado es diferente $a^n = n^a$

Ejemplo: $2^3 \neq 3^2$

- Multiplicar dos potencias de igual base equivale a elevar esa base a la suma de los exponentes:

$$a^b . a^c = a^{b+c}$$

Por ejemplo: $3^3 . 3^4 = \underbrace{3.\ 3.\ 3}_{3} \ .\ \underbrace{3.\ 3.\ 3.\ 3}_{4} = 3^7$

$3 + 4 = 7$

- Dividir dos potencias de igual base, equivale a elevar esa base a la resta de los exponentes:

$$a^b : a^c = a^{b-c}$$

Por ejemplo: $2^3 : 2^2 = \frac{2.\cancel{2.2}}{\cancel{2.2}} = 2^1$

- La potencia es distributiva respecto de la multiplicación y de la división

$$(a . b)^n = a^n . b^n \quad \text{con } a, b \text{ y } n \in \mathbb{N}$$

$$(a : b)^n = a^n : b^n \quad \text{con } a, b \text{ y } n \in \mathbb{N}$$

- La potencia no es distributiva respecto de la suma y la resta.

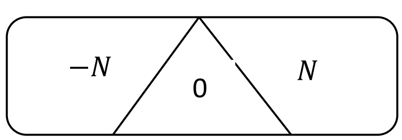
$$(a + b)^n \neq a^n + b^n$$

$$(a - b)^n \neq a^n - b^n$$

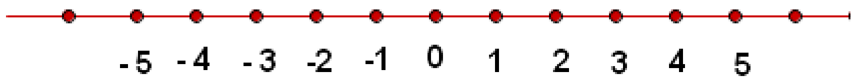
Números Enteros:

El conjunto de los números enteros está formado por los números naturales, el cero y los opuestos a los números naturales. Se simboliza a este conjunto numérico con $\mathbb{Z}$, o sea:

$$\mathbb{Z} = \{\dots;\ -5;\ -4; -3; -2;\ -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; \dots\dots\}$$



Representación en la recta numérica



Valor absoluto o módulo

El módulo o valor absoluto de un número entero es la distancia de ese número al cero y se denota como: $|a\ |$

Por ejemplo: $|-5| = 5\ y\ |5|$

Si dos números enteros tienen el mismo módulo pero distinto signo, se llaman **opuestos.**

Por ejemplo: - 5 es el opuesto de 5 y 5 es el opuesto de - 5.

Orden en el conjunto de los números enteros:

- En la recta numérica, todo número que se encuentra a la izquierda de otro es menor que él.
- Un número entero negativo es siempre menor que cero y que un número entero positivo cualquiera.
- Entre dos números enteros negativos, el menor es el que tiene mayor módulo, porque es el que se encuentra a mayor distancia del cero.

Operaciones y Propiedades de Números Enteros

Suma de Números Enteros :

Al sumar números enteros, si los sumandos tienen distinto signo, el módulo del resultado es la diferencia entre los módulos de los números y el signo del resultado es el signo del número que tiene mayor módulo.

Por ejemplo: (-7) + (+5) = -2 (+7) + (-5) = +2

Si los sumandos tienen el mismo signo, éste se mantiene y el resultado es la suma de los módulos de los números.

Por ejemplo: (-8) + (-2) =-10 (+8) + (+2) = +10

La suma entre números enteros es asociativa y conmutativa.[1]

Sustracción o resta de Números Enteros .

Para interpretar esta operación entre números enteros, debemos considerar que son operaciones inversas.

Por ejemplo: - 5 - 6 = r es lo mismo que r + 6 = -5. Para determinar el resultado, se puede pensar que si al combinar dos transformaciones, se obtuvo quitar 5 y una de ellas es agregar 6, la otra debe ser quitar 11,o sea, -5 - 6 = - 11.

La diferencia entre dos números enteros m y n es r, m –n = r, si y solo si r + n = m.
Del mismo modo, resulta que m – r = n

---

[1] Cuando se define en nuevo conjunto de número que incluye a los anteriores, las reglas para operar con los nuevos números se definen de modo que se mantengan las propiedades que ya se usaban. Así, todas las propiedades de las operaciones con números naturales valen para los enteros dado que los naturales coinciden con los enteros positivos.

Relacionar la suma y la resta de enteros con el concepto de opuesto permite simplificar algunas escrituras. Por ejemplo:

- 5 + 5 = 0 ; - 5 – (-5) = 0 ; 5 + (-5) = 0   5 - 5 =0
- 8 +2 = -6 ; - 8 – (-2) = - 6 ; 8 + (-2) = 6   8 - 2 = 6

Al sumar un número entero a otro equivale a restar el opuesto de ese número entero. De igual modo, restar equivale a sumar el opuesto.

*Para todo par de número entero **a** y **b**:*

a +b = a – opuesto de b** y **a – b = a + opuesto de b

*Como para anotar el opuesto de b se escribe **–b** también puede escribirse:*

a + b = a – (-b)** y **a – b = a + (-b).

Para la resta de enteros, **no es posible conmutar ni asociar los términos de la misma.**

Producto o Multiplicación de Números Enteros

El producto de números enteros se define de modo que se mantengan las propiedades de las operaciones con números naturales por lo que debemos considerar tanto el modulo como el signo de los números.

Si al multiplicar dos número enteros, los factores tienen distinto signo, el producto es negativo y el modulo del resultado es el producto entre los módulos de los dos número enteros.

Por ejemplo: (-3) . (+4) = -12
(+4) .(-6) = -24

Si al multiplicar dos números enteros, los factores tienen igual signo, el producto es positivo y el módulo del resultado es el producto entre los módulos de los dos números enteros.

Por ejemplo: (- 4) . (-5) = +20
(+4) . (+5) = +20

En general para números enteros, a, b, c y d valen las siguientes igualdades:

(-1) . (a – c) = -a + c, lo que es lo mismo que -(a – c) = -a +c
(a – b) . (c – d) = a.c – a.d – b.c + b.d
(a + b) . (c - d) = a.c – a.d + b.c – b.d

Cociente o División de números enteros

La división exacta entre números enteros, con divisor distinto de cero, es la operación inversa de la multiplicación y valen las mismas reglas que para la multiplicación.

Si el dividendo y el divisor tienen distinto signo, el cociente es negativo y, si tienen el mismo signo, el cociente es positivo. En ambos casos el módulo del cociente es el cociente entre los módulos del dividendo y el divisor.

Por ejemplo: (- 24) : (-2) = +12
(+12) : (-3) = -4

(-12) . (+3) = -4
(+24) : (+2) = +12

Para que, al dividir números enteros, el resultado sea único, la condición es que el divisor sea mayor que cero y que el resto sea mayor o igual que cero.

Efectuar la división de un número entero ***D*** *por otro número entero* ***d****, siendo d mayor que cero, es encontrar dos número enteros,* ***c*** *y* ***r****, con* ***0≤ r < d****, que cumplan la relación* ***D = d .c + r****. Los números c y r son únicos.*

Potenciación de números enteros

Para escribir un producto de factores enteros iguales, es posible emplear el concepto de potencia.

Por ejemplo: $(-2) . (-2) . (-2) = (-2)^3 = - 8$

$(-2) . (-2) . (-2) . (-2) = (-2)^4 = 16$

Las propiedades explicitadas para los números naturales, se aplican en este conjunto numérico, teniendo en cuenta las siguientes:

- Si la base es un número entero positivo y el exponente un número natural par, la potencia siempre es positiva.
- Si la base es un número entero negativo y el exponente un número natural par, la potencia siempre es positiva.
- Si la base es un número entero positivo y el exponente un número natural impar, la potencia es siempre positiva.
- Si la base es un número entero negativo y el exponente un número natural impar, la potencia siempre es negativa.
- Si la base es un número entero distinto de cero y el exponente es cero, la potencia siempre es 1.

Radicación de números enteros

Es una operación entre dos números a y n llamados radicando (base) e índice, respectivamente.

índice ← $\sqrt[n]{a}$ → base   y   se define como $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$

↓

radical

- Las raíces de índice par tienen dos soluciones posibles.

Por ejemplo: $\sqrt{36} = 6$, porque $6^2 = 36$ y $\sqrt{36} = -6$, porque $(-6)^2 = 36$

$\sqrt[4]{16} = 2$, porque $2^4 = 16$ y $\sqrt[4]{16} = -2$, porque $(-2)^4 = 36$

- Las raíces de índice par y radicando negativo no tienen solución en el conjunto de los números enteros.

- Si el índice es impar y el radicando es negativo, la raíz es negativa.

Por ejemplo: $\sqrt[3]{-8}$ = -2, porque $(-2)^3$ = -8.

- **Simplificación o Amplificación del índice de una raíz:** se puede dividir o multiplicar el índice de una raíz y el exponente del radicando por un mismo número distinto de cero y el resultado no se altera.

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n.b]{a^{m.b}}$$
$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n:c]{a^{m:c}} \quad \text{con } b\neq 0 \text{ y } c\neq 0$$

Por ejemplo: $\sqrt[4]{4^2} = \sqrt{4} = 2$; $\sqrt{3^4} = 3^2$

- **Propiedad cancelativa de los índices:** si dos raíces de igual índice son iguales, entonces sus radicando son iguales.

$$\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b} \iff a = b$$

Por ejemplo: $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{27} \iff 27 = 27$

- **Raíz de Raíz:** es otra raíz del mismo radicando cuyo índice es el producto de los índices dados.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a}$$

Por ejemplo: $\sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt[4]{81} = 3$

- **Propiedad Distributiva:** la radicación es distributiva respecto de la multiplicación y de la división.

$$\sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a}\,.\,\sqrt[n]{b}$$
$$\sqrt[n]{a:b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$$

Por ejemplo: $\sqrt{4.9} = \sqrt{4}.\sqrt{9}$; $\sqrt[3]{1000:125} = \sqrt[3]{1000} : \sqrt[3]{125}$

Números Racionales

Este conjunto numérico está formado por el conjunto de los números enteros y los números fraccionarios y se representa con una $\mathbb{Q}$, y pueden ser expresados como el cociente entre dos números enteros.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \text{ con } a \text{ y } b \in \mathbb{Z} \text{ y } b \neq 0 \right\}$$

Los números racionales pueden expresarse mediante una fracción o una expresión decimal.

La expresión decimal de una fracción es el cociente entre el numerador y el denominador de la misma.

nu nume

$$\frac{a}{b} = a : b$$

denominador

Por ejemplo: $-\frac{2}{5}$ = -2 : 5 = -0,4 ; $\frac{1}{3}$ = 1: 3 = 0, $\hat{3}$

El cociente puede ser un número decimal con una cantidad finita o infinita de cifras decimales.

- **Fracciones equivalentes:** dos fracciones son equivalentes cuando representan la misma cantidad, es decir que representan el mismo número en la recta numérica.

Para obtener fracciones equivalentes se debe:

- Multiplicar numerador y denominador de la fracción por el mismo número, a este procedimiento se lo denomina amplificación.
  Por ejemplo: $\frac{2}{3} = \frac{2.5}{3.5} = \frac{10}{15}$
- Dividir el numerado y el denominador de la fracción por un mismo número, lo que se denomina simplificación.
  Por ejemplo: $\frac{20}{50} = \frac{20:5}{50:5} = \frac{4}{10}$
- Una fracción es irreducible cuando el numerador y el denominador de la misma son coprimos, es decir, que no tienen divisores comunes distintos de 1.

Orden de los $\mathbb{Q}$

Esta relación permite establecer cuándo una fracción es menor, igual o mayor que otra. Hay dos maneras de analizar esta relación:

1- Se buscan fracciones equivalentes a las dadas de igual denominador. Se comparan los numeradores de las fracciones obtenidas, y es mayor la que tenga mayor numerador.

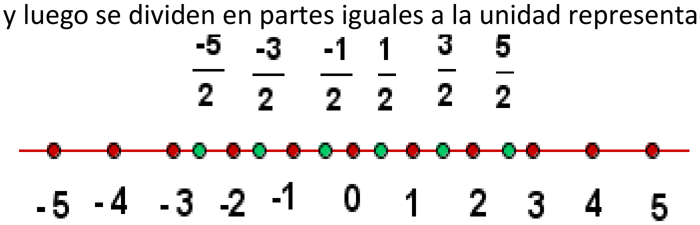
Por ejemplo: $\frac{5}{6}\ y\ \frac{3}{4}\ ;\quad \frac{3}{4} = \frac{9}{12}\ y\ \frac{5}{6} = \frac{10}{12}, entonces\ \frac{5}{6} > \frac{3}{4}$

2- Se transforman en expresiones decimales y se las compara.

Por ejemplo: $\frac{1}{4}\ y\ \frac{3}{8}\ ;\quad \frac{1}{4} = 1:4 = 0{,}25\ y\ \frac{3}{8} = 3:8 = 0{,}375, entonces\ \frac{1}{4} < \frac{3}{8}$

Representación en la recta numérica.

Para representar en la recta numérica distintas fracciones, se buscan fracciones equivalentes con igual denominador, y luego se dividen en partes iguales a la unidad representada en la recta.



Operaciones y Propiedades

Las operaciones con números racionales se pueden efectuar en forma fraccionaria o decimal.

Suma y Resta

Para sumar y restar fracciones hay que transformarlas en fracciones equivalentes de igual denominador y luego sumar y/o restar los denominadores.

Por ejemplo:

- $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{5}{10} + \frac{4}{10} = \frac{9}{10}$

- $\frac{1}{6} - 2 = \frac{1}{6} - \frac{12}{6} = \frac{11}{6}$

- $-3 - \frac{5}{3} = -\frac{9}{3} - \frac{5}{3} = -\frac{14}{3}$

Multiplicación o Producto

Para multiplicar dos fracciones se multiplican los numeradores y los denominadores entre sí, aplicando la regla de los signos.

Por ejemplo:

- $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 1}{5 . 3} = \frac{2}{15}$

- $-\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7} = \frac{-2 \cdot 4}{3.7} = \frac{-8}{21}$

División o Cociente

Para dividir dos fracciones se multiplica el dividendo por el inverso del divisor y se aplica la regla de los signos

Por ejemplo:

- $\frac{4}{5} : \frac{7}{3} = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{12}{35}$
- $\frac{8}{3} : \left(-\frac{5}{9}\right) = \frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{9}{5}\right) = -\frac{72}{15}$

Potenciación:

Del mismo modo que en el caso de los números enteros, es posible utilizar potencias de exponente natural para expresar productos de factores racionales iguales entre sí.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Las propiedades ya definidas se cumplen, ampliándose a:

Exponente negativo: si el exponente es un número entero negativo, se define:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Exponente racional: las propiedades de la potenciación y la radicación de los números enteros permiten definir esta propiedad

Por ejemplo: $\sqrt{\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$

De manera general:

Si p es un número racional y m y n son números, con n >0, $p^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{p^m}$, excluyendo el caso en que p y $\frac{m}{n}$ sean simultáneamente nulos, o que $\frac{m}{n}$ sea par y p negativo.

Radicación:

A partir de la potenciación, también se define la radicación como operación inversa de ésta.

Por ejemplo: $\sqrt[3]{-\frac{27}{8}} = -\frac{3}{2}$

Números Irracionales:

Observa los siguientes números decimales, ¿puedes descubrir en cada uno la ley de formación?

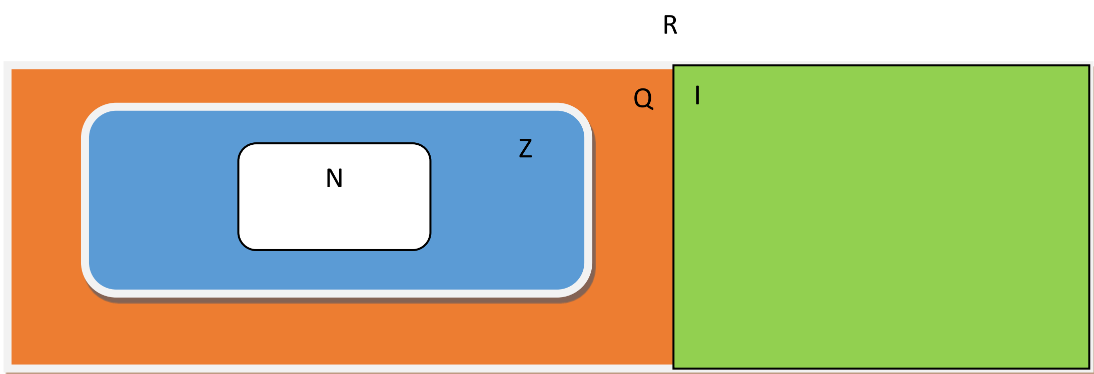
0,1234567…	3,101001000…	2,11121314…
15,24681012…	26,1392781…	104,123579…

¿Es posible imaginar un número de infinitas cifras no periódicas? SÍ, es comprender que esas expresiones decimales son **no periódicas,** en consecuencia no son números racionales, es decir que no pueden expresarse como una razón de números enteros. Es por esto que los números de infinitas cifras decimales no periódicos se llaman irracionales, y se denotan con II.

X,abcdefg…

También pueden obtenerse números irracionales mediante la radicación de un número entero, de manera que si la raíz no es un número entero, tampoco es un número racional. Ej.: $\sqrt{2}$

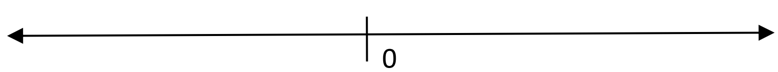
En consecuencia, consideramos al conjunto de **números reales (IR)** como la unión del conjunto de números racionales y el conjunto de números irracionales.



El conjunto de números reales es el conjunto formado por los números racionales y los irracionales.

$$\Re = \{\text{irracionales}\} \cup Q$$

Los números reales pueden ser vistos como rótulos de puntos que están a lo largo de una recta horizontal. Miden la distancia a la derecha y a la izquierda desde un punto fijo llamado *origen*.



Aunque no tengamos la posibilidad de mostrar todos los rótulos, a cada punto le corresponde un único número real. Ese número se llama *coordenada* del punto. La línea coordenada que se obtiene se llama *recta real*.

Recordemos que se da la siguiente relación de inclusión:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

Las cuatro operaciones aritméticas:

Dados dos números reales a y b podemos sumarlos o multiplicarlos para obtener dos nuevos números reales a + b y a . b. La adición y la multiplicación en $\mathcal{R}$ tienen las siguientes propiedades:

1) Leyes conmutativas: a + b = b + a y a.b = b.a
2) Leyes asociativas: a + (b + c) = (a + b) + c y a.(b.c) = (a.b).c
3) Ley distributiva: a.(b + c) = a.b + a.c
4) Elementos neutros: hay dos reales distintos, 0 y1 que satisfacen las identidades: a + 0 = 0 + a = a y a.1 = 1.a = a
5) Inversos: cada número real a tiene un inverso aditivo (también llamado negativo), -a, que satisface la expresión a + (-a) = 0. Además, cada número real a, excepto el 0 (cero), tiene un inverso multiplicativo (también llamado recíproco), a^{-1}, que satisface la expresión $a.a^{-1} = 1$.

La sustracción y la división se define por:

$$a - b = a + (-b) \qquad y \qquad a : b = a . b^{-1}$$

Orden: los números reales distintos de cero se separan en forma adecuada en dos conjuntos ajenos “los números reales positivos y los números reales negativos”. Esto nos permite introducir la relación de orden < (se lee “menor que”) mediante:

$$a < b \Leftrightarrow b - a \text{ es positivo}$$

Aquí el símbolo $\Leftrightarrow$ es la conjunción de $\Rightarrow$ (implica) y $\Leftarrow$ (es implicado por). Entonces $\Leftrightarrow$ puede leerse como “es equivalente a” o como “si y sólo sí”.

Aceptaremos que a < b y b > a significan lo mismo, entonces si 3 < 4, también 4 >3.

Propiedades de Orden:

1) *Tricotomía*: si a y b son dos números reales, se cumple una y sólo una de las siguientes relaciones:

$$a < b \text{ ó } a = b \text{ ó } a > b$$

2) *Transitividad*:

$$a < b \text{ y } b < c \Rightarrow a < c$$

3) *Aditiva*:

$$a < b \Leftrightarrow a + c < b + c$$

4) *Multiplicativa*:

   a. Cuando c > 0, $a < b \Leftrightarrow a.c < b.c$
   b. Cuando c < 0, $a < b \Leftrightarrow a.c > b.c$

La relación de orden ≤ (se lee “es menor o igual que”) se define como:

$$a \leq b \Leftrightarrow b - a \text{ es positiva o cero}$$

Axioma de completitud

Puede enunciarse de cualquiera de las maneras diferentes, pues son equivalentes:

“Todo subconjunto no vacío de $\mathcal{R}$ acotado superiormente tiene extremo superior en $\mathcal{R}$”.

ó

“Todo subconjunto no vacío de $\mathcal{R}$ acotado inferiormente tiene extremo inferior en R”.

Trabajo Práctico Conjuntos Numéricos

1-Calcula el resultado de cada ejercicio combinado, teniendo en cuanta la propiedad de las operaciones.

a) $\sqrt{(3-1):2}$ =

b) $\sqrt{(16+5):7+13}$ =

c) $\sqrt{49}$. $2^2 - 3 . 5 + (2 + 3)^2$=

d) $\sqrt{25-9}$ + $3 (2^2)^3$ =

e) 2. (2.$\sqrt{64}$: 2^2) + 3^2 (5 -1)=

f) $\sqrt{16}$. 2^2 -3^2 + 2.($5^2 - 4^2$)=

g) $\sqrt[3]{(3.5+1).4}$ =

h) $\sqrt[4]{6.10^2 + 5^2}$ =

i) ($\sqrt{9}$ +5)^2 : 4 + 3 (9 -5)^2 =

2-Resuelve aplicando propiedades, siempre que sea posible.

a) $1^3 . 1^7 . 1^0 . 1$ =
b) $4^3 . 4. 4^0$=
c) $3^2 . 3^5 . 3$=
d) $2^5 . 2^0 . 2^4$ =
e) $10^7 : 10^2$ =
f) $a^3 : a^3$ =
g) $3^9 : 3^5$ =
h) $10^{10} : 10^4$=
i) $36^3 : 9^3$ =
j) $144^4 : 48^4$ =
k) $64^2 : 16^2$ =
l) $125^3 : 25^3$ =
m) $(2^2)^3 . 2 . (2^7 : 2^5)$=
n) $(10^6 : 10^5)^2 . 10^3$ =
o) $(3^5 : 3^2)^2 : (3^6 : 3^5)^3$ =

3-Escribe >, = o <, según corresponda:

a) -7 ………. -2   e) +7 ………. +3   i) 0 ………. -5

b) -1 ………. -5 f) +2 ………. -9 j) 0 ………. +1

c) -3 ………. +2 g) +3 ………. -3 k) -7 ………. 0

d) +1 ………. +5 h) -4 ………. +4 l) +5 ………. 0

4-Ordena y representa los números de cada conjunto en una recta numérica, utilizando la escala que a tu criterio es la más adecuada.

a) -7; 0; -1; +2; -4
b) -200; +125; -3; +92; 0
c) +17; -35; -19; -45; +65; -1
d) -8; +7; +32; 0; -125; +35
e) +18; +1; -1; -3; +34; -45
f) +59; -72; 0; -4; +4; +8; +50; -73

5–Resuelve las siguientes operaciones:

a) $\left[\sqrt{6^2+(-8)^2}-8:(-2)\right]:(-7)=$
b) $\sqrt[3]{[(16-8):(-4)]^3-3.\sqrt[3]{27}+(-2).5}=$
c) $\sqrt[5]{4.(-3)+(-4).5}=$
d) $(2-\sqrt{3^2+4^2})^3=$
e) $\sqrt{[(3-2).9:3+4].7}=$
f) $\left[\sqrt[3]{\sqrt{64}}-3\right].(1-2^2)=$
g) $\sqrt{\sqrt{81}+\sqrt{256}}-\sqrt{13^2-12^2}=$
h) $[4-5.(-39+2-(2-5)^2]:\sqrt{5.2^3-2^2}=$
i) $\sqrt{(4^2-3)-1+\sqrt[3]{8^2}}.(3^2-4^2):7=$

6 _ Colocar verdadero V o falso F, según corresponda, trabajando en R. Justificar la respuesta con la propiedad correspondiente. En caso de ser falso, resolver correctamente.

a) $\sqrt{64.9}=8.3=24$ ☐

b) $\sqrt{100-64} = 10 - 8 = 2$ $\square$

c) $\sqrt{100:25} = 10 : 5 = 2$ $\square$

d) $\sqrt{\sqrt[3]{a}} = \sqrt[5]{a}$ $\square$

e) $\sqrt[6]{a^6} = |a| = \pm a$ $\square$

f) $\sqrt{4^3} = 2^3$ $\square$

g) $\sqrt[3]{2}.\sqrt[3]{-4} = \sqrt[3]{2.(-4)} = \sqrt[3]{-8} = -2$ $\square$

h) $\sqrt{-2}.\sqrt{-8} = \sqrt{16} = 4$ $\square$

i) Si $a \rangle b$ y $b \rangle 0$, entonces $\sqrt[4]{a^8 b^2} = a^4 b$ $\square$

j) $2\sqrt[3]{2} = -5\sqrt{2} = -3\sqrt[5]{4}$ $\square$

7-Representa en la recta numérica los siguientes números racionales y encuentra su expresión decimal.

$$\frac{3}{2};\ \frac{-7}{4};\ \frac{4}{3};\ \frac{-2}{9}$$

8-Escribe<, > o = según corresponda:

a) $\frac{3}{4} \dots \dots \dots \frac{4}{5}$

b) $\frac{7}{11} \dots \dots \dots \frac{6}{10}$

c) $\frac{15}{18} \dots \dots \dots \frac{4}{5}$

9-Ordena de menor a mayor el siguiente conjunto de números racionales:

a) $\frac{-1}{2}$; $1; 0; \frac{3}{2}; \frac{-3}{2}; \frac{2}{3}; \frac{4}{5}; \frac{-4}{3}$
b) $\frac{4}{5}$; $-2; \frac{0}{3}; \frac{-2}{3}; \frac{-3}{4}; \frac{2}{7}; \frac{6}{7}$

10- Escriba: a) 2 números racionales comprendidos entre 2/5 y 3/5

b) 3 números racionales comprendidos entre 3/5 y 4/5

c). 4 números racionales comprendidos entre 1/3 y 3/4

d) 5 números racionales comprendidos entre 1/5 y 5/6

11- Escriba los siguientes números como cociente de dos enteros:

a. 3,242424...

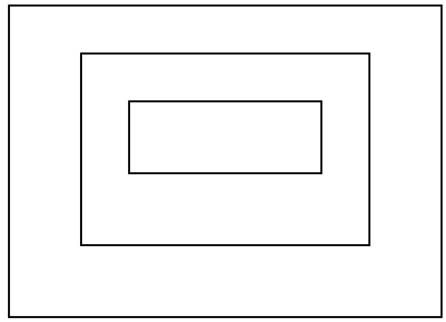
b. 0,555...

c. 0,142857142857...

12- Dados los siguientes números:

- 1, 4444...; -1,5. 9/2 ; 1,999..; 1,9 .-2 ; 1,4. -2/9

a) Ordenarlos de menor a mayor.
b) Identificar las regiones correspondientes a N, Z y Q



13- Si a es un número donde a <0, entonces:

a) $\frac{1}{a} > 0$ b) $\frac{1}{a} < 0$ c) $\frac{1}{a} = 0$ d) $a > 0$ e) $\frac{1}{a} = 1$

14-¿Cuál de las siguientes expresiones es un número racional?

a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt{5}$ c) $\sqrt{9}$ d) 2π e) $\sqrt{2}$

15-Calcula la fracción irreducible equivalente a cada una de las dadas:

$\frac{16}{24}=$ $\frac{60}{84}=$ $\frac{75}{225}=$

$\frac{18}{36}=$ $\frac{90}{108}=$ $\frac{122}{240}=$

$\frac{21}{28}=$ $\frac{96}{144}=$ $\frac{121}{143}=$

16-Escribe:

a) Cuatro números racionales comprendidos entre $\frac{4}{7}$ □ $\frac{5}{7}$.

b) Tres números racionales comprendidos entre $\frac{2}{5}$ □ $\frac{3}{4}$.

c) Tres números racionales comprendidos entre $\frac{4}{9}$ □ $\frac{3}{4}$ (con denominador 9 si es posible)

17- ¿La expresión de desigualdad correcta es:

a)-$\frac{2}{3} < -\frac{4}{5}$ b) -$\frac{2}{9} > -\frac{1}{6}$ c) -$\frac{7}{4} > -\frac{1}{2}$ d) -$\frac{9}{2} > \frac{1}{8}$ e) $\frac{5}{4} < \frac{7}{9}$

18- Realizar las operaciones y expresar el resultado como una potencia de exponente racional

a) $\left(2^{1/4}.2^{1/10}\right)^2$

b) $2^4.2^{-1/2} : \left(2^{1/3} : 2^{-3/2}\right)$

c) $3^{1/5}(1/3)^{2/5} : 3^{1/5}.9^{1/5}$

d) $\dfrac{(1/2)^{-3/2}.2^{-1}}{3^{-2/3}.(1/3)^{-2/3}}$

19- Calcular.

a) $(5+3)^2 =$.............. $5^2 + 3^2 =$................

b) $\left(\frac{2}{3} - 1\right)^4 =$............ $\left(\frac{2}{3}\right)^4 - 1^4 =$.............

c) $(-2)^3 =$............... $3^{-2} =$....................

d) $(-2)^{3^2} =$.............. $\left[(-2)^3\right]^2 =$..............

20- Completar con = o $\neq$ y mencionar que propiedades se cumplen o no se cumplen.

a) $(a+b)^n$........................$a^n + b^n$

b) a^b ....b^n

c) a^{b^c} ....$(a^b)^c$

d) $(p.q)^a$ ………………….. $p^a.q^a$

21- Resolver aplicando propiedades de potenciación.

a) $\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)^2 =$

b) $\frac{(3^2.2^3)^3}{6^6} =$

c) $a^{2/3}.a^{-1}.a.a^{5/6} =$

d) $\left[\frac{2.(3b^{-2}d)(bd^3)}{12b^3d^{-1}}\right]^5 =$

e) $0{,}2^{5/2}:(5^{-1})^{3/4} =$

22- En los siguientes cálculos se han cometido errores al aplicar las propiedades. Se propone indicar cuáles son y corregirlos.

a) $(2^2.2^{-3}.2^5)^2 = (2^4)^2 = 2^{15}$

b) $(5^2)^4:(5^{-3})^2 = 5^6:5^{-6} = 5^0 = 1$

c) $\frac{7^4.(7^2)^6}{(7^9)^2} = \frac{7^4.7^{12}}{7^{18}} = (-7)^2 = 49$

d) $(7.2-14)^0 + 5^0 = 2$

23- Aplicando las propiedades de potenciación demostrar que:

a) $(a+2)^2-(a-2)^2-4(2a+1) = -4$

b) $(3.3^{n+1}+3^{n+2})^3:(3^{n+2})^3 = 8$

c) $(10.2^{n+1})^3:(2^{n+1})^3 = 1000$

d) $2^{2-n}.(2.2^{n+1}+2^{n+2}) = 32$

24- ¿Cuáles de los siguientes números son racionales?

a) $\left(\sqrt{2}-\sqrt{8}\right)^2 =$

b) $\left(\sqrt{2}-\sqrt{8}\right)^3 =$

c) $\left(\frac{-1}{3}\sqrt{3}-1\right)^2 =$

d) $\left(2\sqrt{5}-\sqrt{6}\right).\left(\sqrt{6}+2\sqrt{5}\right)=$

e) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{12}\right)^2 =$

Proporcionalidad

Razón

Es el cociente de dos números, es decir una fracción, donde el numerador se llama antecedente y al denominador consecuente. La razón se representa como sigue:

Por ejemplo: $\frac{3}{4}$ ó $3:4$

Proporción

Es la igualdad de dos razones. La razón se representa como sigue:

Por ejemplo: $\frac{7}{3}=\frac{14}{6}$ ó $7:3 = 14 : 6$, donde los números 7 y 6 son <u>extremos</u> y los números 3 y 14 son <u>medios</u>.

Propiedad Fundamental de las Proporciones

En toda proporción, el producto de los medios es igual al producto de los extremos.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Longrightarrow a.d = b.c$$

Propiedades de las Proporciones

- En toda proporción, la suma o diferencia entre el antecedente y el consecuente de la primera razón es a su consecuente, como la suma o diferencia entre el antecedente y el consecuente de la segunda razón es a su consecuente.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Longrightarrow \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$$

- En toda proporción, la suma o diferencia entre el antecedente y el consecuente de la primera razón es a su antecedente, como la suma o diferencia entre el antecedente y el consecuente de la segunda razón es a su antecedente.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$$

- En toda proporción, la suma entre el antecedente y el consecuente de la primera razón es a la diferencia entre los mismos, como la suma entre el antecedente y el consecuente de la segunda razón es a la diferencia de los mismos.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

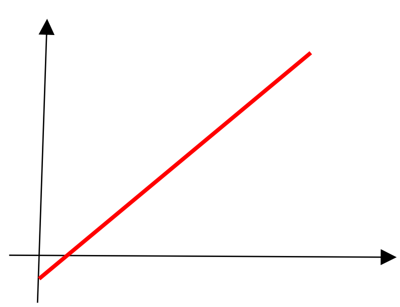
- **Proporcionalidad Directa**

Dos magnitudes son directamente proporcionales si multiplicando o dividiendo una de ellas por un número, la otra queda multiplicada o dividida por el mismo número.

Otra definición es: dos cantidades a y b son directamente proporcionales si su cociente es constante:

$$\frac{a}{b} = k, con\ k\ constante$$

Generalmente se lo representa de la siguiente manera: $\frac{y}{x} = K$, quedando determinada la formula y = K . x, cuya representación gráfica es una recta que pasa por el origen (0; 0)



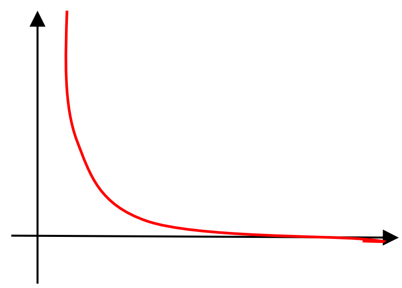
- **Proporcionalidad Inversa**

Dos cantidades o magnitudes son inversamente proporcionales si al multiplicar una de ellas por un número la otra queda dividida por ese mismo número y viceversa. Es decir que su producto es constante.

$$a.b = k, con\ k\ constante$$

$$x\,.\,y = k \implies y = \frac{k}{x}$$

El gráfico que representa a esta proporcionalidad es:



Trabajo Práctico Proporcionalidad

1- Calcular el valor de la incógnita en cada una de las proporciones:

$\frac{6}{5}=\frac{1}{x}$ $\frac{x}{8}=\frac{2}{3}$ $\frac{5}{2x}=\frac{1}{10}$

$\frac{2x}{3}=4$ $\frac{3}{x}=\frac{x}{12}$ $\frac{x}{6}=\frac{24}{x}$

2- Completar las tablas para que los valores de la primer fila sean directamente proporcionales a la de la segunda e indicar cuál es la constante de proporcionalidad.

1	2		4	5	6	b
0.75	1.5	2.25			4.5	

5	-3		7	-2	-9	b
-0.7	0.42	-0.28			1.26	

3- Completar la tabla para que los valores de la primer fila sean inversamente proporcionales a la de la segunda e indicar cuál es la constante de proporcionalidad.

32	8		1	6	16	b
3	12	4	96			

Expresiones Algebraicas

Es necesario conocer el llamado lenguaje algebraico, mediante el cual escribimos frases y proposiciones del lenguaje cotidiano, por medio de símbolos y letras para plantear problemas que se quieren resolver.

- **Signos del Algebra**

En la escritura del algebra, se representan las cantidades conocidas con las primeras letras del alfabeto (a, b, c, d, e….) y para la desconocidas se emplean la últimas del alfabeto (… v, w, x, y, z). para unir éstas, se utilizan signos de operación, de relación y de agrupación.

Estas cantidades se denominan variables, incógnitas o indeterminadas.

Los signos son:

- **De operación:**
- a+b : a más b
- a-b: a menos b
- a.b: a por b o a multiplicado por b
- a : b : a dividido b o a sobre b
- a^b : a elevado a b
- $\sqrt[b]{a}$: la raíz n-ésima de a
- **De relación:**
- = igual a
- > mayor que
- < menor que.
- **De agrupación:**

- (); { }; [ ]
- **Lenguaje Algebraico.**

Para resolver problemas en distintos contextos (intra y extra matemáticos), es necesario poder manejar las equivalencias entre el lenguaje cotidiano y el algebraico, por ejemplo:

Lenguaje algebraico	Lenguaje coloquial
+	Mas, suma, adición, aumentar, añadir
-	Diferencia, menos, disminuidos, exceso
X ; .	Producto, por, factor, de
: ; ÷	Cociente, división, razón, es a
X	Un número cualquiera
X + 1	Consecutivos, siguiente, sucesor
X - 1	Anterior de un número, antecesor
2x	Doble de un número, duplo dos veces, número par, múltiplo de dos.

3x	Triple de un número, triplo, tres veces, múltiplo de 3
X^2	Cuadrado de un número.
X^3	Cubo de un número
$\frac{1}{2}x$ ó $\frac{x}{2}$	Mitad de un número, un medio de

Expresiones Algebraicas:

Son combinaciones de letras y números unidas por los signos de las operaciones: adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación.

Por ejemplo:

- (x +y)
- $\frac{6-2b}{4b}$

Toda expresión algebraica está formada por términos, que se hallan separados por (+) o (-). Los elementos son: el signo, el coeficiente, la parte literal y el grado:

Por ejemplo: -2 a^2 es un término negativo, su coeficiente es -2, la parte literal es a^2 y el grado es 2.
Las expresiones se pueden clasificar en:

- **Monomios:** que poseen un solo término.

Por ejemplo: 4x; -8x; $\frac{6ab}{d^2}$

- **Binomios:** consta de dos términos.

Por ejemplo: $2x^3+3x$

- **Trinomios:** consta de tres términos.

Por ejemplo: $6x^2 + 2x + 1$

Polinomios

En forma general: $P_{(X)} = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_1x + a_0$, donde a_n es el coeficiente principal, a_0 es el coeficiente independiente, x es la indeterminada y n es un número natural.

Por ejemplo: $2x^2 +x-2$.

Dos o más términos son semejantes si tienen la misma parte literal, es decir la misma letra e iguales exponentes.

Por ejemplo: - 12x; 5x; $\frac{2}{3}$x son semejantes.

Grado de un Polinomio:

El grado de un polinomio $P_{(x)}$ es el mayor exponente al que se halla elevada la indeterminada de un polinomio.

Por ejemplo: $P_{(x)} = -5x^5 + 3x^2 + x$, donde el grado de $P_{(x)}$ es 5.

Tipos de polinomios:

- **Nulo:** es aquel cuyos coeficientes son todos nulos.
- **Completo:** es aquel que tiene todos los términos.

Por ejemplo: $P_{(x)} = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1$

- **Ordenado:** se dice que un polinomio está ordenado si los monomios que lo constituyen están escritos de mayor a menor grado.

Por ejemplo: $P_{(x)} = x^3 + 2x - 3$

Un polinomio está completo y ordenado cuando cuenta con todos los términos y los monomios que lo forman están ordenados de mayor a menor grado.

Por ejemplo: $Q_{(x)} = -2x^4 + x^3 - 5x^2 + \frac{1}{2}x - 6$

En el caso de que el polinomio no se halle completo, se lo completa con monomios de coeficientes cero.

Valor Numérico de un polinomio

El valor numérico de un polinomio es el resultado que obtenemos al sustituir la variables (o indeterminada) x por un número cualquiera.

Por ejemplo: $P_{(x)} = x^3 + 3x^2 - 2$; $x = 1$

$P_{(1)} = 1^3 + 3.1^2 - 2 = 2$

Operaciones con Monomios:

Suma y Resta de monomios:

Sólo podemos sumar o restar monomios semejantes. La suma o resta de los monomios es otro monomio que tiene la misma parte literal y cuyo coeficiente es la suma de los coeficientes.

En forma general: $ax^n + bx^n = (a+b).\,x^n$

Producto de monomios:

El producto de monomios es otro monomio que tiene por coeficiente el producto de los coeficientes y cuya parte literal se obtiene multiplicando entre si las partes literales, teniendo en cuenta la propiedad de producto de potencias de igual base.

En forma general: $ax^n . bx^m = (a.b).x^{n+m}$

Cociente de monomios:

El cociente de monomios es otro monomio que tiene como coeficiente el cociente de los coeficientes y la parte literal se obtiene dividiendo entre si las misma, teniendo en cuanta la propiedad de cociente de potencias de igual base.

De manera general: $ax^n : bx^m = (a:b)x^{n-m}$

Potencia de un monomio:

En la potencia de un monomio se eleva cada elemento de éste al exponente de la potencia.

De manera general: $(ax^n)^m = a^m.x^{n.m}$

Operaciones con Polinomios

Suma de polinomios:

Para sumar dos polinomios se suman los coeficientes de los términos del mismo grado, teniendo en cuenta:

- Si no lo están, ordenar y completar los polinomios.
- Agrupamos los monomios del mismo grado
- Sumamos los monomios semejantes.

Por ejemplo: $P_{(x)} = 3x^3+2x-3$ y $Q_{(x)} = 6x^2+x-x^3+1$

$P_{(x)} = 3x^3 +0x^2+2x-3$ $\qquad$ $Q_{(x)} = -x^3 +6x^2 +x +1$

$P_{(x)} + Q_{(x)} = 3x^3 - x^3+0x^2+6x^2+2x+x-3+1$

$P_{(x)} + Q_{(x)} = 2x^3+6x^2+3x -2$

Resta de Polinomios

Esta operación consiste en suma el opuesto del sustraendo.

Por ejemplo: $P_{(x)} = 2x^3 +4x-2$ y $Q_{(x)} = x^3-7x^2+x-8$

$P_{(x)} - Q_{(x)} = (2x^3+0x^2+ 4x-2) - (x^3-7x^2+x-8)$

$P_{(x)} - Q_{(x)} = 2x^3+ 0x^2 +4x-2 - x^3 +7x^2 - x+8$

$P_{(x)} - Q_{(x)} = 2x^3 - x^3 +0x^2+7x^2 +4x-x-2+8$

$P_{(x)} - Q_{(x)} = x^3+7x^2+3x +6$

Producto de Polinomios

Se multiplica cada monomio del primer polinomio por todos los del segundo polinomio (se aplica la propiedad distributiva y la de producto de potencias de igual base). Luego se suman los monomios del mismo grado, obteniéndose otro polinomio cuyo grado es la suma de los grados de los polinomios que se multiplican.

Por ejemplo: $P_{(x)} = 2x^2 - 3$ y $Q_{(x)} = 2x^3 - 3x^2 + 4x$

$P_{(x)} . Q_{(x)} = 2x^2.2x^3 - 2x^2.3x^2 + 2x^2.4x - 3.2x^3 + 3.3x^2 - 3.4x$

$P_{(x)} . Q_{(x)} = 4x^5 - 6x^4 + 8x^3 - 6x^3 + 9x^2 - 12x$

$P_{(x)} . Q_{(x)} = 4x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 12x$

Productos notables y simplificación

Simplificar expresiones algebraicas, significa reducir la mayor cantidad de términos de cada expresión para obtener una expresión más breve.

A continuación se presentan los productos que cumplen ciertas reglas que permiten hacer el cálculo más fluido:

Cuadrado de un binomio:

$(a \pm b) = a^2 \pm 2.a.b + b^2$: es el primer término al cuadrado, más o menos el doble producto del primero por el segundo más el segundo al cuadrado.

Diferencia de cuadrados:

$(a + b). (a - b) = a^2 - b^2$: es el primer término al cuadrado menos el segundo al cuadrado

Cubo de un binomio:

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3.a^2.b + 3ab^2 \pm b^3$: es el primer término al cubo, más o menos el triple producto del primero al cuadrado por el segundo más el triple producto del primero por el segundo al cuadrado, más o menos el segundo término al cubo.

Cociente de Polinomios

Para dividir dos polinomios debemos tener en cuenta que el polinomio dividendo tenga mayor o igual grado que el polinomio divisor, que estén ordenados y completos.

Por ejemplo: $P_{(X)} = x^5 + 2x^3 - x - 8$ y $Q_{(x)} = x^2 - 2x + 1$

$X^5 + 0x^4 + 2x^3 + 0x^2 - x - 8 \quad | \; x^2 - 2x + 1$

$-x^5 + 2x^4 - x^3 \qquad x^3 + 2x^2 + 5x$

$0x^2+2x^4+x^3+0x^2-x-8$
$-2x^4+4x^3+2x^2$

……………………………

Volvemos hacer la misma operación:

$$X^5 \quad +0x^4 \quad +2x^3 \quad +0x^2 \quad -x \quad -8 \qquad \underline{|\ x^2 -2x +1\ }$$

Repetimos el procedimiento hasta que el polinomio dividendo tenga menor grado que el polinomio divisor. En este ejemplo queda:

El polinomio cociente es $C_{(x)} = x^3 +2x^2 +5x +12$ y el resto, $R_{(x)} = 18x-20$

Factorización

Factorizar un polinomio de n cantidad de términos, es expresarlo como un producto de polinomios primos.

Factor común

Para factorizar un polinomio a través del factor común, se debe recordar la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma o la resta:

$a.(b \pm c) = a.b \pm a.c$ (el factor a se repite en ambos términos)

Para extraer factor común, se debe proceder de manera inversa:

$a.b \pm a.c = a\,(b \pm c)$

Primero se debe conocer cuál es el factor que se encuentra repetido en cada uno de los términos y luego, para encontrar el factor que va entre paréntesis, se divide cada término por el factor común.

El factor común puede ser la variable del polinomio, elevado a la menor potencia, y/o el D.C.M de todos los coeficientes del mismo.

Por ejemplo: $P_{(x)} = 2x^2 -4x$

$P_{(x)}= 2x.x - 2.2x$ → 2x es el factor común de los dos términos.

$P_{(x)} = 2x\,(x - 2)$ → Expresión factorizada de $P_{(x)}$ a través del factor común.

Factor Común por grupos

Se aplica el factor común por grupos a polinomios que no tienen un factor común en todos sus términos.

Por ejemplo: $P_{(x)} = x^5 -2x^4 -3x +6$

$P_{(x)} = (x^5 - 2x^4) + (-3x + 6)$ → Se forman grupos de igual cantidad de términos, de forma tal que en cada uno de ellos haya un factor común.

$P_{(x)} = x^4 (x - 2) - 3 (x - 2)$ → en cada término debe aparecer el mismo factor para poder extraerlo nuevamente como factor común.

$P_{(x)} = (x - 2)(x^4 - 3)$ → Al sacar nuevamente factor común, la expresión queda factorizada a través del factor común por grupos.

Expresiones Algebraicas Fraccionarias

Dados dos polinomios $P_{(x)}$ y $Q_{(x)}$, tal que $Q_{(x)} \neq 0$ se llama expresión algebraica fraccionaria a toda expresión de la forma $\frac{\boldsymbol{P(x)}}{\boldsymbol{Q\,(x)}}$

Por ejemplo: $\frac{3}{x-x^2}\ \forall x: x \neq 0\ \wedge x \neq 1$

Una expresión algebraica es **irreducible** si no existen en ella factores comunes al numerador y denominador.

Por ejemplo: $\frac{x}{x-3}\ \forall x: x\ \neq\ 3$

Simplificación de expresiones algebraicas

Para simplificar una expresión algebraica fraccionaria se debe factorizar el numerador y el denominador, y cancelar las factores comunes en ambos; se obtiene así una expresión irreducible equivalente a la original.

Por ejemplo:

- $\frac{x^2+x}{x^3-2x^2+x} = \frac{x.(x+1)}{x.(x^2-2x+1)} = \frac{x+1}{(x-1)^2}$ $,\forall x: x \neq 0 \wedge x \neq 1$
- $\frac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2-x+2} = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)(x-2)} = \frac{1}{(x+1)}\ \forall x: x \neq \pm 1 \wedge x \neq 2$

- Al simplificar, se deben identificar los valores de x que anulan al denominador.
- Algunas fracciones algebraicas resultan equivalentes a expresiones algebraicas enteras.
- El objeto de simplificar es reducir la expresión y poder efectuar operaciones en forma más sencilla.

Ecuaciones

Las ecuaciones son expresiones algebraicas formadas por dos miembros separados de una igualdad (=). Una o ambas de estas partes deben tener por lo menos una ***incógnita*** denotada con una letra.

Por ejemplo:

$2x + 3 \;=\; 5x - 3$

Primer Miembro   Segundo Miembro

Las ecuaciones se satisfacen sólo para determinados valores de la o las incógnitas, las que se denominan soluciones o raíces de la ecuación.

Ecuación Algebraica: es aquella en que ambos miembros son polinomios.

Por ejemplo: $3x^2 + 2x - 1 = 5x - 2$

Ecuaciones de primer grado

Son aquellas en las cuales la o las incógnitas están elevadas a 1.

Resolución de ecuaciones

La solución de una ecuación es el valor que debe tomar la incógnita para que se verifique la igualdad.

Resolver una ecuación es encontrar su solución

Algunas reglas importantes a tener en cuenta para la resolución de ecuaciones son:

- A toda igualdad se le puede agregar o quitar una cantidad sin alterarla, siempre que se haga sobre ambos miembros de la igualdad.
- Toda igualdad puede ser multiplicada y/o dividida en ambos miembros por cualquier número distinto de 0 manteniéndose la igualdad inalterable.
- Toda ecuación de primer grado puede escribirse como $ax + b = 0$, y es de los valores de a y b de los cuales depende la cantidad de soluciones que vamos a tener:
- Si $a \neq 0$, entonces existe una única solución.
- Si $a = 0$ y $b = 0$, existen infinitas soluciones.
- Si $a = 0$ y $b \neq 0$, no existen soluciones.

Un ejemplo de lo expuesto es:

$5x + 7 = 21 - 9x$ sumamos a ambos miembros 9x

$5x + 7 + 9x = 21 \cancel{- 9x + 9x}$ como 9x es el inverso aditivo de 9x, se cancelan

$14x + 7 = 21$ restamos 7 a ambos miembros

$14x \cancel{+7} \cancel{-7} = 21 -7$ nuevamente cancelamos

$14x = 14$ dividimos en ambos miembros por 14

$14x : 14 = 14 : 14$

$x = 1$

Ecuación de segundo grado

Es una igualdad donde el máximo exponente de la incógnita es 2, donde también pueden aparecer términos con la incógnita elevada a 1 e incluso términos independientes.

La ecuación cuadrática se puede presentar de las siguientes maneras:

- De la forma: $\mathbf{ax^2 + c = 0}$, siendo a y c constantes, con $a \neq 0$.

Para este caso de ecuaciones la resolución es:

$$ax^2 + c = 0$$

$$ax^2 = -c$$

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

$$x = \sqrt{-\frac{c}{a}} \text{ o también } x = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Es válido aclarar que las soluciones de este tipo de ecuación puede ser: números reales si $-\frac{c}{a} \geq 0$, o números complejos si $-\frac{c}{a} < 0$

- De la forma: $\mathbf{ax^2 + bx = 0}$, siendo a y b constantes, con $a \neq 0$.

Como la variable se halla en los dos términos, podemos extraer factor común, obteniendo:

$$x\,(ax + b) = 0$$

Obteniendo dos números x y ax +b, que multiplicados entre sí, dan por resultado 0, lo cual significa que al menos uno de ellos es 0, obteniendo dos soluciones:

$$x_1 = 0 \quad \text{ó} \quad ax_2 + b = 0 \qquad x_2 = -\frac{b}{a}$$

- De la forma: $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$, siendo a, b y c constantes, con $a \neq 0$.

La solución de esta forma de ecuación cuadrática se halla a partir de la fórmula:

$$\boxed{X_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Dentro de esta fórmula se puede analizar el radicando b^2- 4ac, denominado discriminante, que se simboliza con Δ. El discriminante es un factor importante a la hora de conocer las raíces de la ecuación cuadrática, ya que:

- Si $\Delta > 0$, la ecuación tiene dos soluciones reales y distintas, ya que todo número positivo tiene siempre dos raíces reales.
- Si $\Delta = 0$, la ecuación tiene una solución real, ya que la única raíz de 0 es 0.
- Si $\Delta < 0$, la ecuación no tiene soluciones reales, ya que no existe ningún número real que elevado a la 2 de por resultado un número negativo.

Inecuaciones

Para poder comparar con lo que terminamos de comentar, empecemos desarrollando un ejemplo.

Sea la siguiente inecuación:

$$-6x+2\leq 6-9x$$

La primera diferencia con una ecuación es el signo que ahora expresa una desigualdad.

Lo demás, en principio, es igual.

Para solucionarla llevemos los términos que tienen x a un miembro y los que no al otro miembro:

$$2-6\leq -9x+6x$$

Operando en cada uno de los miembros:

$$-4\leq -3x$$

Llegamos nuevamente a tener en cada miembro un solo término. (-4) en el miembro de la izquierda y (-3x) en el miembro de la derecha.

Para terminar de despejar la x, necesitamos tenerla positiva. Por ello, multiplicamos a ambos miembros por (-1), al hacer esto, el símbolo de la desigualdad se invierte:

$$(-1).(-4)\geq (-1).(-3x)$$

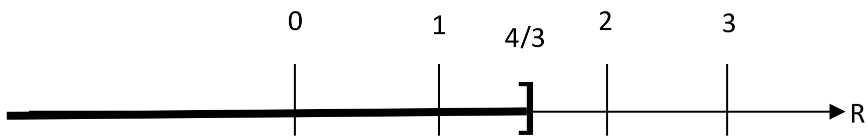
$$4 \geq 3x$$

Ahora y solo ahora como en el caso de las ecuaciones (que tenemos un término en cada miembro), el tres (3) del término de la derecha pasa dividiendo:

$$\frac{4}{3} \geq x \qquad \text{ó} \qquad x \leq \frac{4}{3}$$

Esta es la solución de la inecuación.

Observándola, advertimos que se la puede representar como intervalo:



$$(-\infty;4/3] = \{x \in R / -\infty < x \leq 4/3\}$$

Como vemos ahora la solución es un intervalo real de los llamados infinitos. Abierto por izquierda y cerrado por derecha.

A diferencia de una ecuación, la solución son infinitos valores incontables, en una ecuación, las soluciones son finitas, contables.

Entonces una inecuación es una desigualdad algebraica y su solución es un intervalo.

En los ejercicios propuestos encontrarás una variedad de casos importantes a resolver. El procedimiento y el enfoque que vimos te permitirá resolverlos. Puedes usar otro, con otros elementos que igual te servirán.

Resolvemos otro ejemplo considerando la ecuación cuadrática:

$$(x-1)(x+2) \leq 0$$

Se trata de un producto entre dos factores (x - 1) y (x+2), cuyo resultado debe ser menor o igual que cero. Esto es, negativo o cero.

Aplicando la regla de los signos para al producto:

$$+ \;.\; + = +$$

+ . - = -

- . + = -

- . - = +

Es evidente que para nuestro caso se presentan dos situaciones + . - = - y - . + = -.

A saber:

a) $(x-1)\leq 0 \wedge (x+2)\rangle 0$

Es decir (x – 1) negativo o igual a cero y (x + 2) positivo. Cuando se multipliquen el resultado será cero o negativo que es lo que se me pide. Consideramos el igual en uno de ellos, porque si este es igual a cero, el resultado ya será cero (cero por cualquier número es cero).

b) $(x-1)\geq 0 \wedge (x+2)\langle 0$

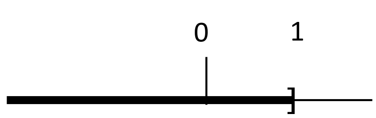
(x – 1) positivo o igual a cero y (x + 2) negativo. Al multiplicarlos el resultado será negativo o igual a cero que es lo que se me pide.

Para las dos opciones a) y b); se advierte que han quedado expresadas dos inecuaciones. Al resolverlas, cada una dará en conjunto solución. Como la condición impuesta es $\wedge$ (y), se debe buscar la intersección entre los dos conjuntos o intervalos solución. Se obtendrá entonces una solución para el caso a) y una solución para el caso b). En ambos casos será un intervalo (conjunto de números reales).

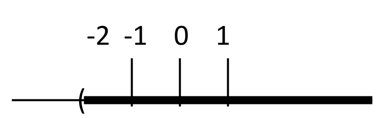
Finalmente habrá que buscar la unión de ambos y esto será la solución final. Por lo tanto se tendrá:

a) $(x-1)\leq 0$ $\wedge$ $(x+2)\rangle 0$

$x \leq +1$ $\wedge$ $x\rangle -2$



$\wedge$



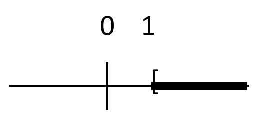
La intersección (conjunto de números comunes a ambos) será:

- 2 0 1

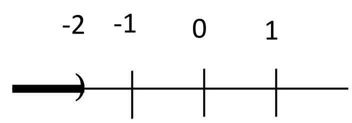
Solución I = (-2; 1]

b) $x-1\geq 0$ $\wedge$ $x+2\langle 0$

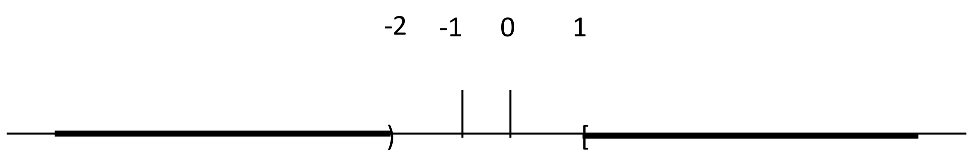
$x\geq 1$ $\wedge$ $x\langle -2$



$\wedge$



Buscando la intersección:



No hay números comunes, por lo tanto la solución es el conjunto vacío Ø.

Solución II = Ø

La solución total será la unión de ambas soluciones:

Solución Total = Solución I U solución II.

Solución Total = $(-2;1]\cup$ Ø.

<u>Otra situación similar</u> que se puede presentar para resolver es la siguiente:

$$\frac{x+1}{x-2}\leq O$$

El razonamiento es similar. Es el cociente entre $(x+1)$ y $(x-2)$, cuyo resultado deberá ser positivo o igual a cero. Con el agregado que el denominador tiene que ser distinto de cero, ya que la división por cero no está permitida. Es decir $(x-2)\neq 0$.

Por lo tanto uno deberá ser negativo y el otro positivo, presentándose también dos situaciones posibles:

a) $(x+1) \geq 0 \quad \wedge \quad (x-2) < 0$

b) $(x+1) \leq 0 \quad \wedge \quad (x-2) > 0$

De aquí en más el procedimiento es similar al ejemplo anterior.

Sistema de ecuaciones

Sistemas de Ecuaciones lineales con dos incógnitas

Un sistema de ecuaciones lineales es un conjunto de ecuaciones de primer grado.

Por ejemplo:

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

Resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas es buscar soluciones comunes de todas las ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Una solución de un sistema es un punto (x; y), que verifique todas las ecuaciones.

El conjunto solución de un sistema de ecuaciones es el conjunto formado por todos los puntos (x; y) que son solución de todas las ecuaciones.
Por ejemplo: dado el sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - y = 0 \end{cases}$$

La solución o soluciones común a todas ellas, la podemos determinar a partir de tres métodos:

Sustitución: despejamos y de la 2° ecuación y la sustituimos en la 1°:

$$y = 3x \,; \quad 2x + 3 . (3x) = 1$$

$$2x + 9x = 1$$

$$11x = 1$$

$$x = \frac{1}{11}$$

Una vez encontrado el valor de una de las incógnitas, se sustituye en y = 3x para halla el valor de la otra:

$$y = 3 . \frac{1}{11}$$

$$y = \frac{3}{11}$$

La solución del sistema es ($\frac{1}{11}$; $\frac{3}{11}$)

Igualación: despejamos la misma incógnita de las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} y = \frac{1-2x}{3} \quad ó \quad y = \frac{1}{3} - \frac{2}{3}x \\ y = 3x \end{cases}$$

$$\frac{1-2x}{3} = 3x$$

$$1 - 2x = 9x$$

$$1 = 9x + 2x$$

$$1 = 11x$$

$$\frac{1}{11} = x$$

Ahora para obtener el valor de y se procede como en el caso anterior, es decir se sustituye el valor hallado en la ecuación que más convenga (en este caso en y=3x).

Reducción: en este caso multiplicamos la primer ecuación por 2 y la segunda por 6 (de esta manera el coeficiente de y en las dos ecuaciones es el mismo, m.c.m.)

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 & x\,2 \\ 3x - y = 0 & x\,6 \end{cases} \qquad \begin{cases} 4x + 6y = 2 \\ 18x - 6y = 0 \end{cases}$$

Sumando miembro a miembro obtenemos: $22x = 2 \Longrightarrow x = \frac{2}{22}$ ó $x = \frac{1}{11}$

Sustituyendo el valor encontrado de x en la segunda ecuación se obtiene el valor de y:

$$3 . \frac{1}{11} - y = 0$$

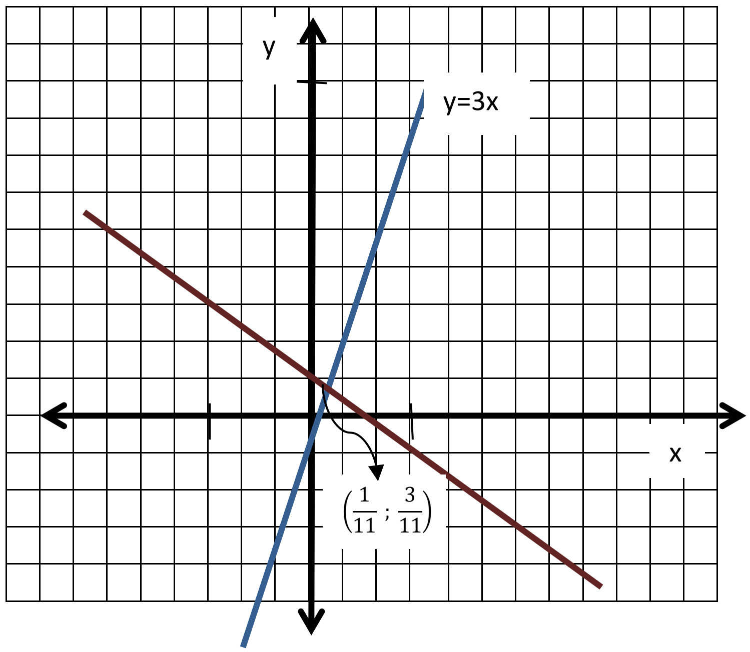
$$\frac{3}{11} - y = 0$$

$$-y = -\frac{3}{11}$$

$$y = -\frac{1}{11} : (-1)$$

$$y = \frac{3}{11}$$

Un sistema de ecuaciones lineales formado por dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas cada una, representa dos rectas en el plano.
Teniendo en cuenta el ejemplo analizado, gráficamente se obtiene:



En forma general, un sistema de ecuaciones con dos incógnitas puede estar representado por:

- Rectas que se cortan en un punto, como en el caso del ejemplo.
- Rectas coincidentes, tienen igual pendiente e igual ordenada al origen, con lo cual coinciden en todos sus puntos.
- Rectas paralelas: tienen igual pendiente y distinta ordenada al origen, con lo cual no hay puntos que verifiquen todas las ecuaciones simultáneamente.

Por lo expuesto podemos decir que un sistema de ecuaciones se llama:

- **Compatible determinado:** si su conjunto solución está formado por un solo punto.
- **Compatible indeterminado:** si su conjunto solución tiene infinitos puntos.
- **Incompatible:** si su conjunto solución es vacío

Trabajo Práctico Expresiones Algebraicas (Polinomios-Ecuaciones-Inecuaciones-Sistemas de Ecuaciones)

1- Marcar con una cruz la alternativa correcta:

a) Si m = 2 y p = 3, entonces $m^2 - p^2$ es:

A. ( ) 5 B. ( ) – 5 C. ( ) 13 D. ( ) -13 E. ( ) -2

b) La expresión “el doble del cuadrado de a” corresponde a:

A. ( ) (2 a)^2 B. ( ) 2 (a^2)^2 C. ( ) 2 a^2 D. ( ) (2a^2)^2 E. ( ) a^2

c) Al reducir la expresión $2a - [a - (a - 2a)]$ se obtiene:

A. ( )2a B.( ) 0 C. ( ) a D. ( ) 4 a E. ( ) - 4^a

d) La expresión a. a^2 .a^{-2} es igual a:

A. ( ) a B. ( ) a C. ( ) a^{-4} D. ( ) a^3 E. ( ) a^5

e) La expresión a.b^2 - a.b^2 da:

A. ( ) 0 B. ( ) - a^2 b^2 C. ( ) -a^2 b^4 D. ( ) a^2 b^4 E. ( ) - 2^{a2} b

2- Resolver las siguientes inecuaciones:

a) $3x - 1 \rangle 0$

b) $(x-2)(x+3) \rangle 0$

c) $\dfrac{2x+3}{x-1} \langle 0$

d) $3x(x+1) \rangle 0$

e) $(x + 1/2)(x-1) \leq 0$

3- Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $2x^2 - 3x + 4 = 0$

b) $4x^2 - 5 = 2$

d) $\dfrac{4x-2}{-3} + \dfrac{3}{2} = -\left(\dfrac{x}{4} - 5\right)$

e) $\dfrac{7}{2x^2} - \dfrac{3}{4x} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}$

c) $3x^2 - \frac{21}{14} = 0$ f) $2x^2 = 36$

4- Indicar si las siguientes expresiones algebraicas son polinomios o no. En caso afirmativo, señala cuál es su grado y término independiente.

$x^4 - 3x^5 + 2x^2 + 5$ $\sqrt{x} + 7X^2 + 2$

$\frac{2}{x^2} - x - 7$

$1 - x^4$

$x^3 + x^5 + x^2$ $x - 2x^{-3} + 8$

$x^3 - x - \frac{7}{2}$

$3/2x + 5$

5- Dados los polinomios:

$P(x) = 4x^2 - 1$ $Q(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 2$

$R(x) = 6x^2 + x + 1$ $S(x) = 1/2x^2 + 4$

$T(x) = 3/2x^2 + 5$ $U(x) = x^2 + 2$

Calcular:

$P(x) + Q(x) =$
$P(x) - U(x) =$
$P(x) + (2/3)\ R(x) =$
$2P(x) - R(x) =$
$S(x) + T(x) \cdot U(x) =$
$S(x) \cdot T(x) - U(x) =$

6- Halla el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

$(x^5 - 2x^2 - 3) : (x - 1)$

$(2x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 5x + 10) : (x + 2)$

$(x^4 - 3x^2 + 2) : (x - 3)$

$(x^5 - 2x^2 - 3) : (x - 1)$

$(2x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 5x + 10) : (x + 2)$

$(x^4 - 3x^2 + 2) : (x - 3)$

7- Factorizar

$(x^3 - 5x - 1)$

$(x^6 - 1)$

$(x^4 - 2x^3 + x^2 + x - 1)$

$(x^3 + 2x + 70)$

$(x^5 - 32)$
$(x^4 - 3x^2 + 2)$

8- Resuelve analíticamente y gráficamente cada sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{x+y}{2} = x - 1 \\ \dfrac{x-y}{2} = y + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{x+3y}{2} = 5 \\ 3x - y = 5y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 3y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{x+3y}{2} = 5 \\ 4 - \dfrac{2x-y}{2} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 4 \\ \dfrac{x}{3} + y = 1 \end{cases}$$

GEOMETRÍA

NOCIONES GEOMETRICAS

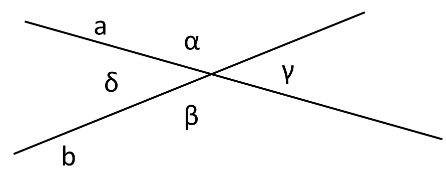
Se presentan a continuación definiciones y propiedades de los conceptos geométricos necesarios para el desarrollo del curso de ingreso.

Construcciones básicas con regla y compás:

- Transporte de segmento y ángulo
- Construcción de rectas paralelas
- Construcción de mediatriz de un segmento
- Construcción de bisectriz de un ángulo

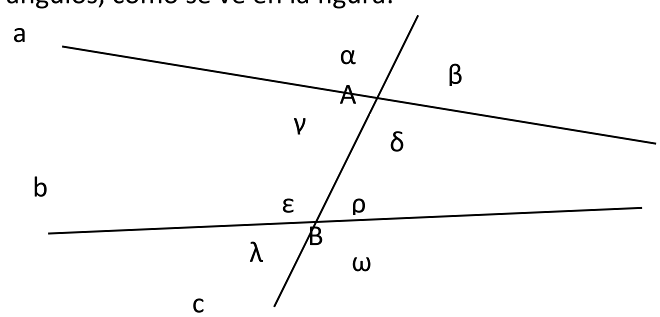
Rectas y ángulos:

Ángulos opuestos por el vértice: se llaman así a los ángulos que tienen el vértice en común y los lados de uno de ellos son semirrectas opuestas a los lados del otro.
"Dos rectas que se interceptan forman dos pares de ángulos opuestos por el vértice"
"Los ángulos opuestos por el vértice son congruentes"



En el gráfico anterior: α = β opestos por el vértice
γ = δ opuestos por el vértice

Ángulos determinados por dos rectas cualquieras cortadas por una transversal: dados dos rectas a y b del plano, si una recta c corta a ambas en dos puntos distintos A y B respectivamente, quedan determinados ocho ángulos, como se ve en la figura:



Los ángulos contenidos en el semiplano determinado por la recta a que no contiene al punto B o el semiplano determinado por la recta b que no contiene al punto A se denominan ángulos externos. Los restantes, internos. Dichos ángulos reciben nombres especiales de acuerdo a sus posiciones relativas.

Así, dos ángulos se denominan:

- *Correspondientes*: si están contenidos en un mismo semiplano respecto de la transversal c, uno interno y otro externo, y no adyacentes. Por ej. los ángulos α y ε.
- *Alternos internos*: si son internos y están contenidos uno en cada semiplano respecto de c y no son adyacentes. Por ej. los ángulos ε y δ.
- *Alternos externos*: si son externos y están contenidos uno en cada semiplano respecto de c y no son adyacentes. Por ej. los ángulos α y ω.
- *Conjugados internos*: si son internos y están contenidos en un mismo semiplano con respecto a c. por ej. los ángulos δ y ρ.
- *Conjugados externos*: si son externos y están contenidos en un mismo semiplano respecto a c. por ej. los ángulos β y ω.

Ángulos determinados por dos rectas **paralelas** cortadas por una transversal:

- Si dos ángulos correspondientes están determinados por dos rectas paralelas y una transversal, entonces son congruentes.
- Si dos ángulos alternos internos (externos) están determinados por dos rectas paralelas y una transversal, entonces son congruentes.
- Recíprocamente: si dos ángulos correspondientes o alternos internos (externos) determinados por dos rectas a y b una transversal son congruentes, entonces las rectas a y b son paralelas.
- Si dos ángulos conjugados internos (externos) están determinados por dos rectas paralelas y una transversal, entonces son suplementarios.
- Recíprocamente: si dos ángulos conjugados internos (externos) determinados por dos rectas a y b y una transversal son suplementarios, entonces las rectas a y b son paralelas.

Ángulos adyacentes: dos ángulos son adyacentes cuando tienen el vértice y un lado en común y los otros lados son semirrectas opuestas.

Angulo recto: es todo ángulo congruente a uno de sus adyacentes. Dos rectas perpendiculares forman cuatro ángulos congruentes, cada uno llamado RECTO.

Rectas perpendiculares: son las rectas que contienen los lados de los ángulos rectos.

Mediatriz de un segmento: es la recta perpendicular en el punto medio de un segmento.

Bisectriz de un ángulo: es la semirrecta interior a un ángulo, con origen en el vértice del mismo y que los divide en dos ángulos congruentes.

Distancia de un punto a una recta: es el segmento de perpendicular comprendido entre el punto y la recta.

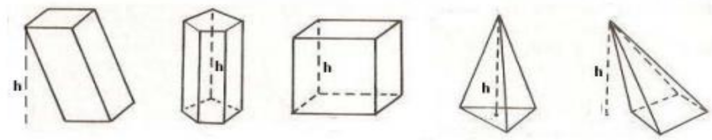
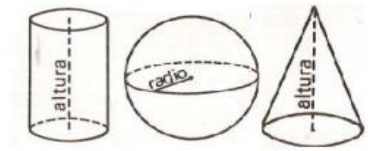
FIGURAS

Conjunto de infinitos puntos. Pueden ser tridimensionales (cuerpos) o bidimensionales (figuras planas)

CUERPOS

Se denominan cuerpos geométricos a aquellas figuras que, ya sean reales o ideales — que existen en la realidad o pueden concebirse mentalmente — ocupan un volumen en el espacio

desarrollándose por lo tanto en las tres dimensiones (alto, ancho y largo); y están compuestos por figuras planas.
Los cuerpos se clasifica en:

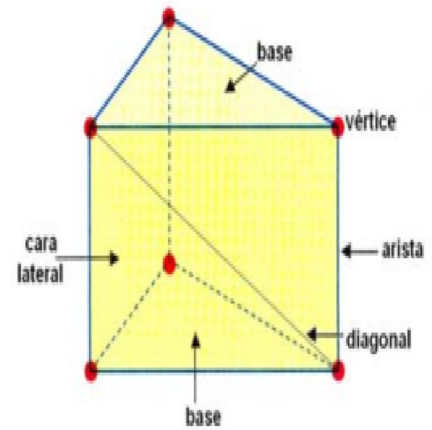
Poliedros Aquellos cuerpos geométricos totalmente limitados por polígonos, como por ejemplo, el prisma, la pirámide; etc.	
Cuerpos redondos Cuerpos geométricos engendrados por la rotación de una figura plana alrededor de su eje, como la esfera, el cilindro, etc.	

Cuerpos poliedros

Los **cuerpos poliedros** se distinguen por tener todas sus **superficies planas.**

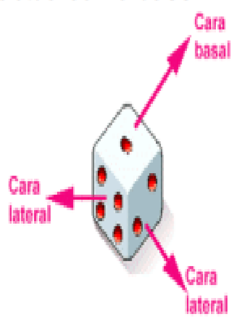
En cualquier cuerpo poliedro podemos observar 4 elementos básicos:

- caras: bases y caras laterales
- aristas
- vértices
- diagonales



1. Caras de un poliedro.

Son las superficies planas que forman el poliedro; corresponden siempre a polígonos.
En un poliedro encontramos caras ***basales o bases*** y caras ***laterales***.
Las basales (bases) son las superficies que sirven para apoyar alcuerpo en un plano. Las caras *laterale* quedan en dirección oblicua o perpendicular a una cara basal. El número de caras laterales depende de polígono que actúa como base.



Este cuerpo tiene 6 caras:

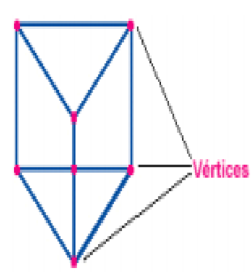
- 2 basales o bases
- 4 laterales.

2. Arista de un poliedro.

Es el segmento que se forma con la intersección de 2 caras.

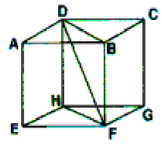
3. Vértice de un poliedro

Es la intersección de tres o más de sus aristas.



4. Diagonal de un poliedro

Son los segmentos que unen dos vértices **no** pertenecientes a la misma cara.



DF es diagonal

✓ Se llama *tetraedro* a todo poliedro de cuatro caras*; pentaedro, al* poliedro de cinco *caras; hexaedro,* al poliedro de seis caras*; heptaedro* al de siete *caras; octaedro, al* de *ocho; eneaedro, al* poliedro de nueve caras; *decaedro, al de diez caras; endecaedro, al* de *once, dodecaedro,* al poliedro de doce caras; *pentadecaedro,* al *de quince caras,* e *icosaedro, al* poliedro de veinte caras.
Los demás poliedros no reciben ningún nombre en particular; *así por* ejemplo, *se* habla *de un* poliedro de 17 caras, *de 22 caras,* etcétera.

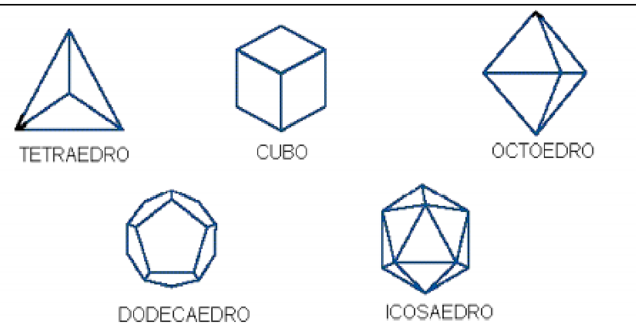
Los poliedros la siguiente propiedad: **Fórmula de Euler** (1750)

En todos los poliedros convexos se verifica siempre que el número de caras más el número de vértices es igual al número de aristas más dos: $C + V = A + 2$

✓ Atendiendo a la regularidad de sus elementos se puede establecer otra clasificación de los poliedros en:

Poliedros *Regulares*
Son los que tienen todas sus caras iguales. Existen sólo **cinco:**

- **cubo** o **hexaedro** (6 caras)
- **tetraedro** (4 caras)
- **octaedro** (8 caras)
- **dodecaedro** (12 caras)
- **icosaedro** (20 caras).



Según *Euler* también:

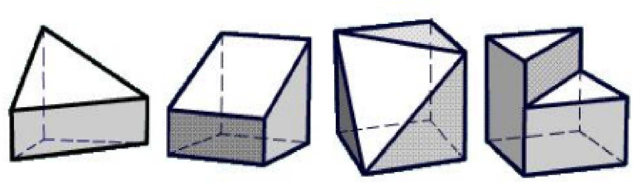
La suma de los ángulos planos en un vértice de un poliedro es siempre inferior a 360º.

Esta es la razón por la cual sólo existe 5 poliedros regulares. Analiza por qué?

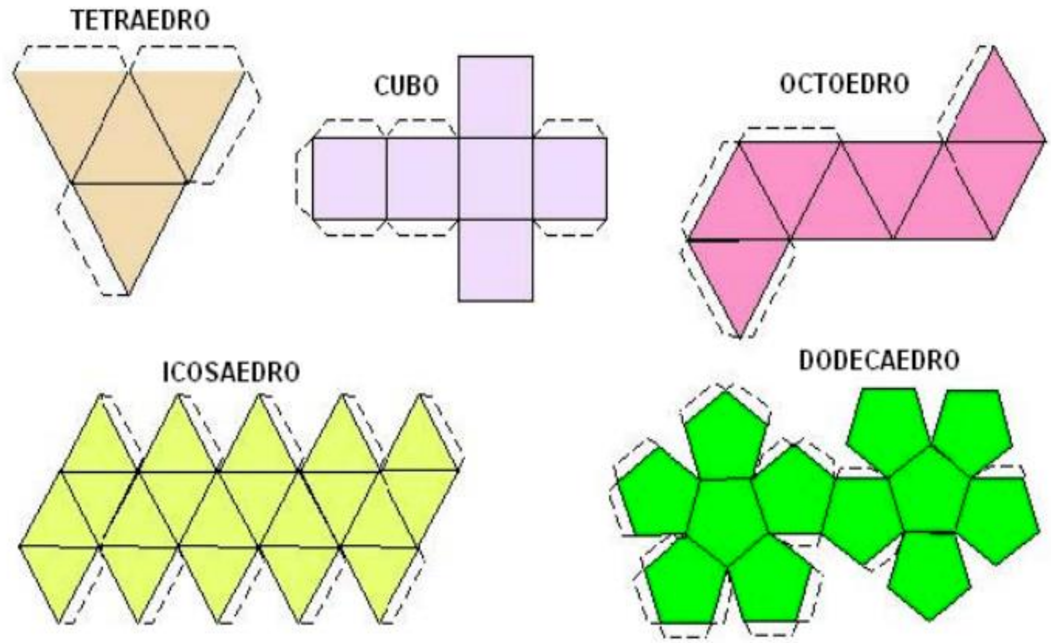
Además investiga ¿quien fue Euler?

También existen los **Poliedros *Irregulares:***

Cuando no las condiciones para los regulares como puede ser que tengan distintos tipos de caras o que no sean polígonos regulares algunas de ellas



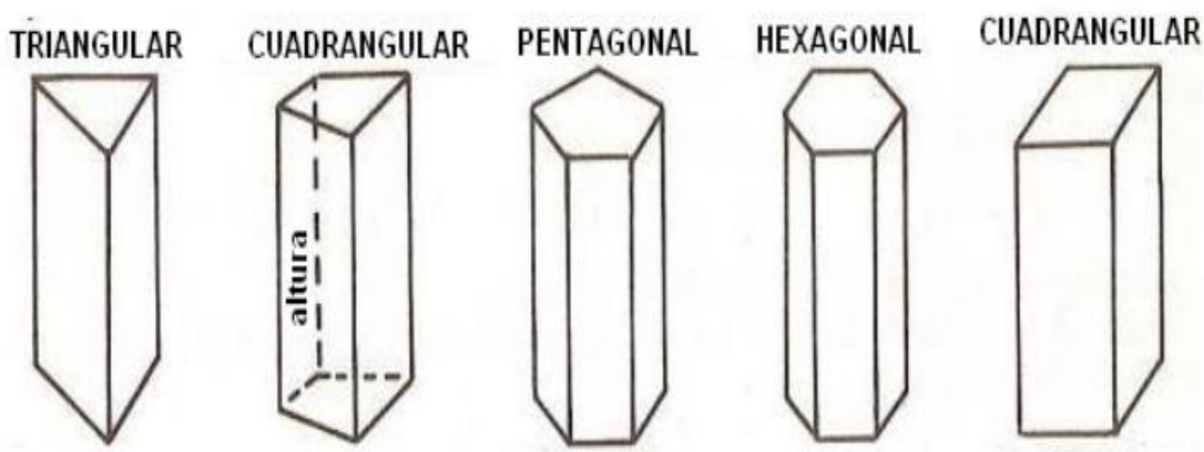
DESARROLLO DE POLIEDROS REGULARES



Dentro de los poliedros existen dos grupos importantes: los ***prismas***, y las ***pirámides.***

PRISMAS

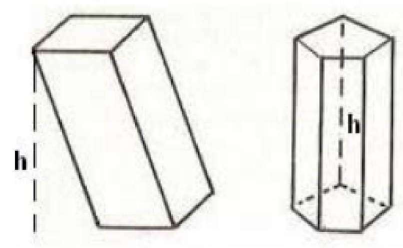
Se denomina ***prismas*** aquellos poliedros que tienen dos caras paralelas llamadas bases y sus caras laterales son paralelogramos



La distancia entre las dos bases se llama *altura* del prisma.

Atendiendo al número de caras laterales del prisma, los prismas se clasifican en *triangulares* (cuando tienes tres caras laterales), *cuadrangulares* (si tienen cuatro), *pentagonales, hexagonales,* etc.

Atendiendo a la perpendicular entre las bases y las caras laterales del prisma, un prisma puede ser *recto,* cuando las aristas laterales son perpendiculares a las bases; *oblicuo,* cuando no se cumplen las condiciones para que sea recto.



Atendiendo a la regularidad de sus bases y al carácter de recto u oblicuo del prisma, los prismas se clasifican en: *regulares,* cuando son rectos y además las bases son polígonos regulares, e *irregulares,* caso de que no reúnan las condiciones anteriores.

Definición área lateral de un prisma
Se entiende por *área lateral* de un prisma a la suma de las áreas de las caras laterales del mismo.

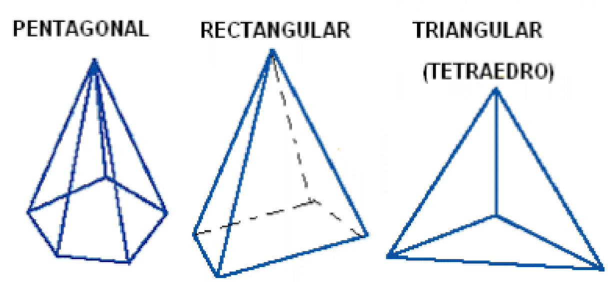
Volumen de un prisma: $V = \text{área de la base . altura}$

Ejemplo: en un prisma pentagonal, el área lateral es la suma de los cinco rectángulos laterales. En cambio el área total es la suma del área lateral y las dos bases (los pentágonos).

El volumen del mismo prisma es el área del pentágono por la altura del cuerpo.

PIRÁMIDE

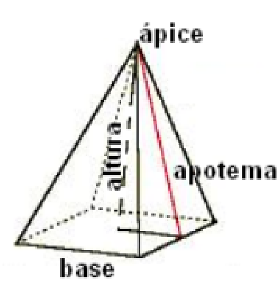
Una pirámide es un poliedro que tiene una base poligonal y caras laterales triangulares (isósceles) que se unen en un vértice llamado ápice



Se clasifican según su base o según el número de triángulos en su caras laterales: pirámide triangular (su base es un triángulo), pirámide cuadrada (base cuadrada), rectangular (rectángulo) pentagonal (la base es un pentágono)…

La distancia desde el ápice hasta el centro de la base (polígono) se llama *altura.*

Apotema (lateral) es la altura de una de las caras laterales (triángulo)



Definición área lateral de una pirámide

Se entiende por *área lateral* de una pirámide a la suma de las áreas de las caras laterales del mismo, es decir la suma de las áreas de los triángulos

Volumen de una pirámide: $V = \dfrac{\text{área de la base . altura}}{3}$

Ejemplo: en una pirámide cuadrada, el área lateral es la suma de los cuatro triángulos. En cambio el área total es la suma del área lateral y la base (el cuadrado)

El volumen de la misma pirámide es la tercera parte del área del cuadrado multiplicado por la altura.

Cuerpos redondos

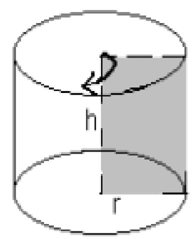
✓ Los cuerpos redondos son todos aquellos cuerpos o sólidos geométricos formados por regiones curvas o regiones planas y curvas.

✓ Un cuerpo redondo se puede definir también como aquel volumen generado por la revolución de una determinada figura geométrica en torno a un eje imaginaria, de ahí que se le denominan *cuerpo de revolución.*

✓ Los principales cuerpos redondos son: el ***cilindro***, el ***cono***, y la ***esfera.***

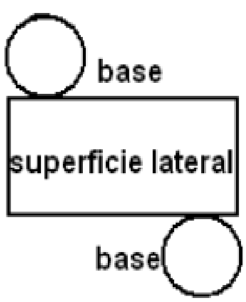
CILINDRO

El cilindro surge de hacer girar sobre un eje un rectángulo.

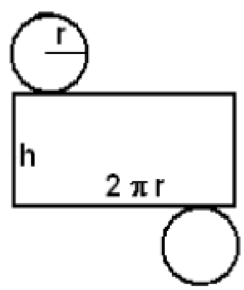


El volumen es igual al área de la base (círculo) por altura

$\boxed{V = \pi . r^2 . h}$ ($\pi . r^2$ es el área del circulo basal)



La superficie lateral es un rectángulo de altura igual a la del cuerpo y su base es el perímetro de la circunferencia del círculo basal



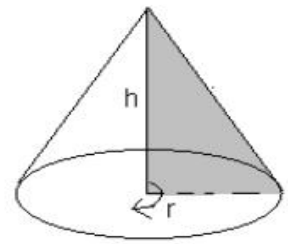
CONO

El cono surge de hacer girar un triángulo sobre un eje.

El volumen es igual a la tercera parte del área de la base (círculo) por la altura del cuerpo

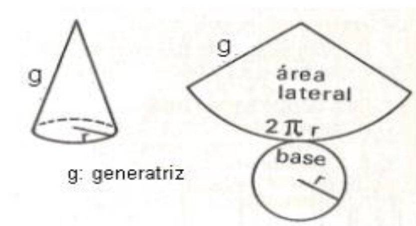
$$\boxed{V = \frac{\pi . r^2 . h}{3}}$$

($\pi . r^2$ es el área del circulo basal)



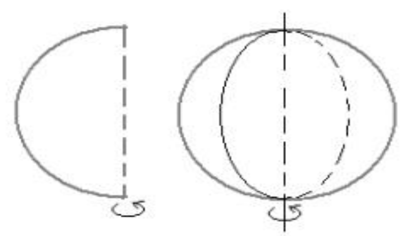
$\boxed{\text{Área lateral: } \pi . r . g}$ es el área de un sector circular

"g" es la generatriz
(segmento que une el vértice con la base)



ESFERA

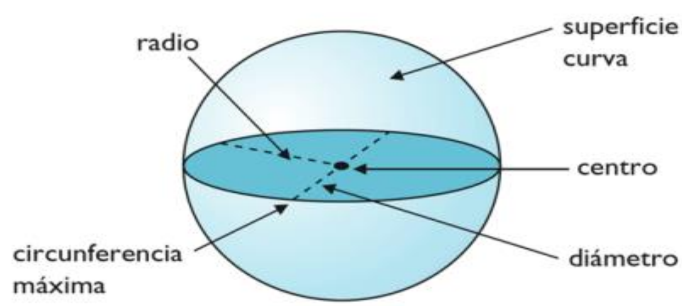
Surge de hacer girar un semicírculo alrededor de un eje



Sus elementos principales son:

diámetro: Segmento que pasa por el centro de la esfera y que tiene sus dos puntos extremos en la superficie de la misma

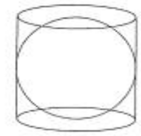
radio: segmento que tiene por origen el centro de la esfera y extremo en la superficie de la misma. Es igual a la mitad del diámetro.



$\boxed{\textbf{Volumen de la esfera} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3}$

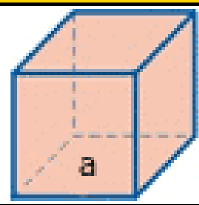
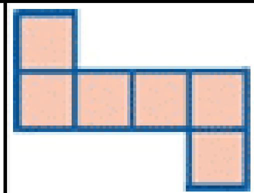
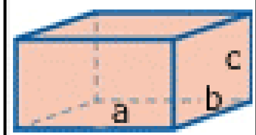
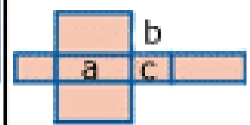
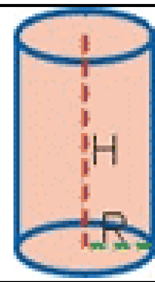
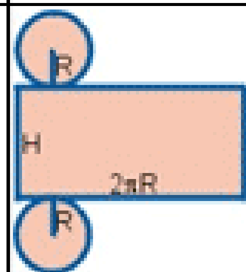
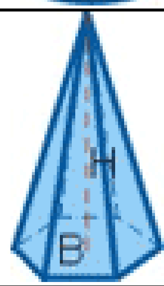
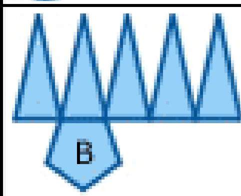
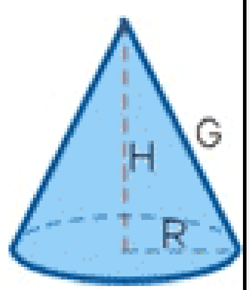
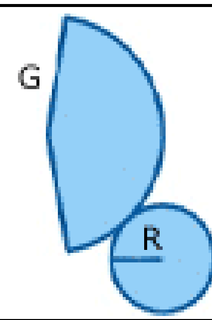
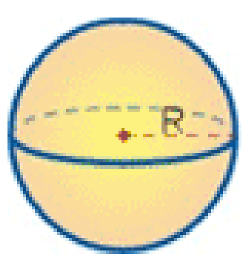
Esta fórmula fue descubierta por Arquímedes. Quien llegó a demostrar también que el volumen de la esfera es igual a dos tercios del volumen del cilindro circular circunscrito a ella

Tanto le impresionó esto a él mismo que mandó que en su tumba se grabase esta figura en recuerdo de la mejor de sus ideas



Superficie lateral de la esfera = $4.\pi.r^2$

Algunos ejemplos de cuerpos y sus desarrollos planos con sus respectivas fórmulas de área y volumen de los mismos:

NOMBRE	DIBUJO	DESARROLLO	ÁREA	VOLUMEN
Cubo o Hexaedro: ortoedro donde las tres dimensiones son iguales.			$A=6a^2$	$V=a^3$
Paralelepípedo u ortoedro: prisma cuyas bases son dos rectángulos.			$A=2(ab+ac+bc)$	$V=abc$
Cilindro: es el cuerpo geométrico engendrado por la revolución de un rectángulo alrededor de uno de sus lados.			$A=2\pi r(H+r)$	$V=\pi r^2 \cdot H$
Pirámide: Cuerpo geométrico cuya base es un polígono cualquiera y sus caras laterales triangulos.			$A=A_{base}+A_{lateral}$	$V=\frac{1}{3}B \cdot H$
Cono: Es el cuerpo geomérico engendrado por la revolución de un triangulo rectángulo alrededor de uno.			$A=A_{base}+A_{lateral}$	$V=\frac{1}{3}\pi r^2 \cdot H$
Esfera: cuerpo geométrico engendrado por la revolución completa de un semicirculo alrededor de su diámetro.			$A=4\pi R^2$	$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

FIGURAS PLANAS

Una figura plana es una superficie limitada por líneas curvas o rectas. Es un conjunto de infinitos puntos en el plano.

Clasificación:

CONVEXAS: es cuando un segmento determinado por cualquier par de puntos pertenecientes a la figura está incluido en ella.

CONCAVAS: se pueden encontrar pares de puntos que determinan segmentos que no están incluidos en la figura.

POLÍGONOS:

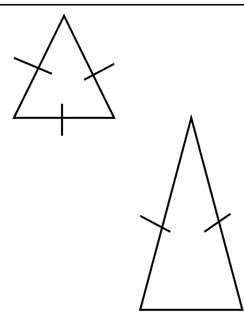
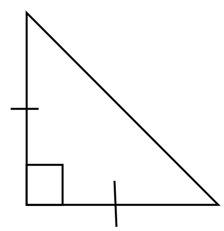
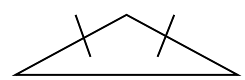
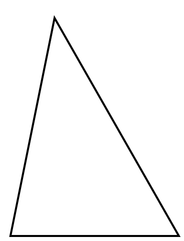
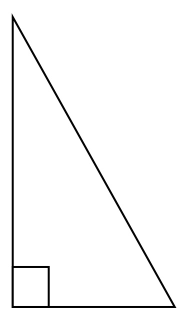
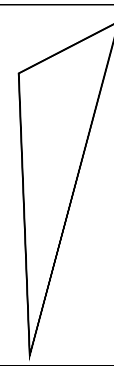
Figuras cuyo contorno está formado por segmentos de recta consecutivos.

Se pueden clasificar según el número de lados o ángulos: triángulos, cuadriláteros, pentágonos, hexágonos y demás. También pueden ser cóncavos o convexos.

Triángulos:

Los triángulos son polígonos de tres lados, tres ángulos interiores y tres vértices.

Clasificación:

Según amplitud de ángulos longitud de lados	ACUTÁNGULOS	RECTÁNGULOS	OBTUSÁNGULOS
ISÓSCELES Por lo menos[2] dos lados congruentes			
ESCALENO Ningún Lado congruente			

[2] **¿Qué significa por lo menos?** *Por lo menos dos* significa que también pueden ser más de dos. En este caso permite expresar que un triángulo equilátero es también isósceles.

Desigualdad triangular: en todo triángulo, la medida de uno cualquiera de sus lados es menor que la suma de las medidas de los otros dos y la diferencia de las longitudes de dos de los lados es menor que la longitud del otro lado.

Alturas de un triángulo: es el segmento que une perpendicularmente un vértice con el lado opuesto o su prolongación.

Mediana de un triángulo: es el segmento que une el punto medio de un lado del triángulo con el vértice opuesto de éste.

Cuadriláteros

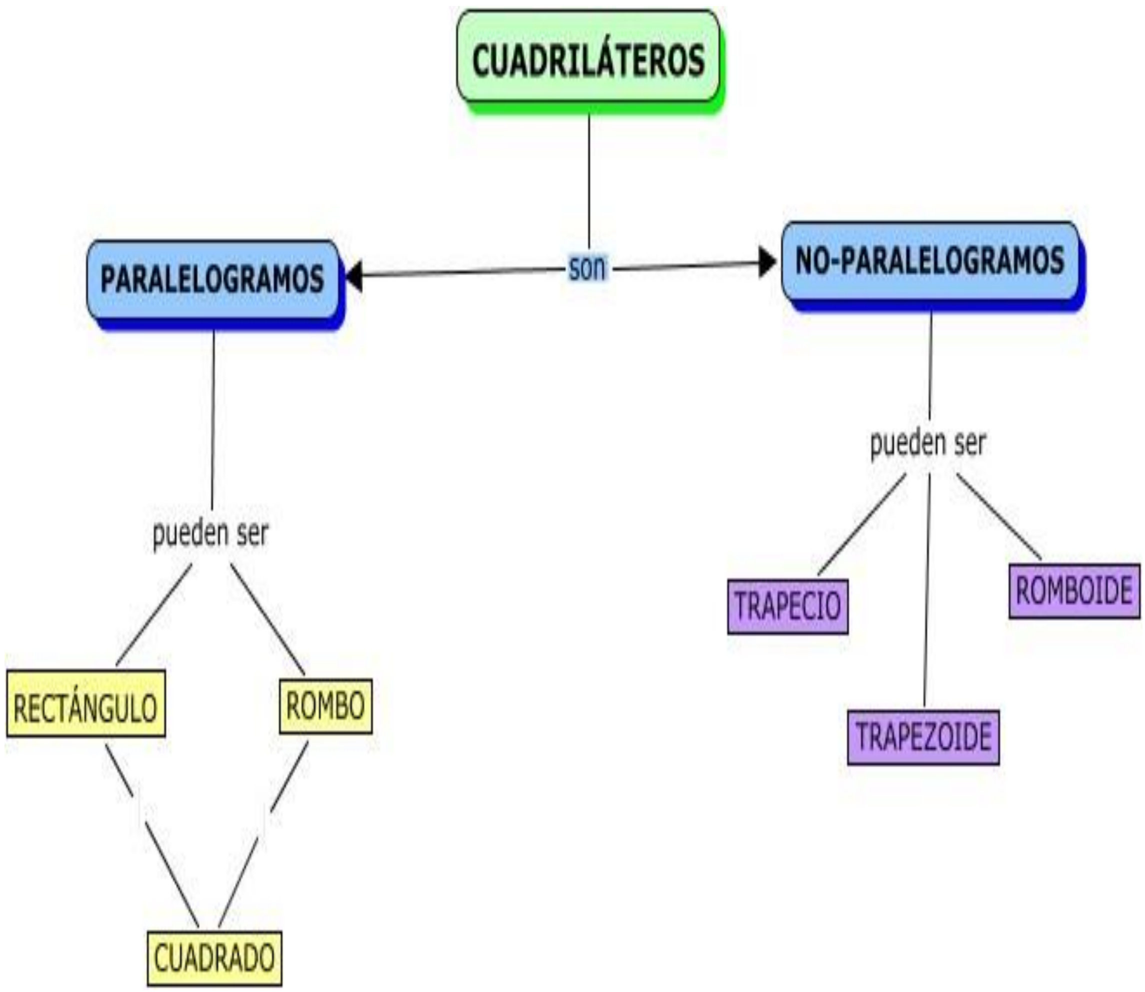
Todo polígono de cuatro lados es un cuadrilátero. Entre los cuadriláteros convexos, es posible realizar una clasificación considerando el paralelismo de sus lados opuestos.

Paralelogramos: es todo cuadrilátero convexo que tiene al menos un par de lados opuestos paralelos. Dentro de este grupo tenemos:

- **rectángulo:** si tiene los cuatro ángulos congruentes o sea rectos;
- **rombo:** si tiene los cuatro lados congruentes
- **cuadrado:** si tiene cuatro ángulos congruentes y cuatro lados congruentes.

No paralelogramos:

- **Trapecio**: todo cuadrilátero que tiene al menos un par de lados opuestos paralelos.
- **Trapezoide**: todo cuadrilátero que no tiene ningún par de lados opuestos y paralelos.
- **Romboide**: todo cuadrilátero que tiene un par de lados consecutivos congruentes y los otros dos lados también congruentes entre sí.



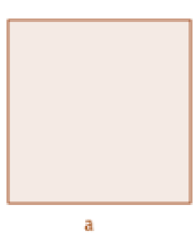
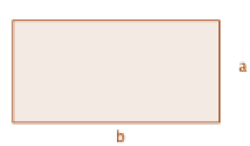
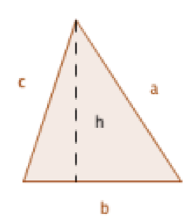
En el siguiente esquema podemos observar cómo se relacionan las distintas clases de cuadriláteros convexos:

Circunferencia y círculo:
La **circunferencia** es el conjunto de todos los puntos del plano que equidistan de otro punto fijo llamado centro O de la circunferencia.
El **círculo** es el conjunto de todos los puntos del plano cuya distancia a otro punto, el centro O del círculo, es menor o igual que una distancia r (radio).

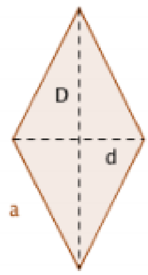
Área del círculo $= \pi.r^2 = \dfrac{\pi.d^2}{4}$	Perímetro de la circunferencia $= 2.\pi.r = \pi.d$

Lugar geométrico:
Es el conjunto de todos los puntos del plano que cumplen con una determinada condición geométrica.

PERÍMETRO Y ÁREA DE FIGURAS PLANAS:

CUADRADO	RECTÁNGULO	TRIÁNGULO
		
$A=l^2$	$A=b\cdot a$	$A=\dfrac{b\cdot h}{2}$
$P=4l$	$P=2(a+b)$	$P=a+b+c$

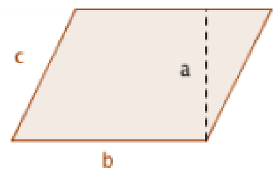
ROMBO



$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

$$P = 4\mathrm{a}$$

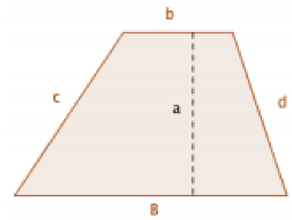
ROMBOIDE



$$A = b \cdot a$$

$$P = 2(b + c)$$

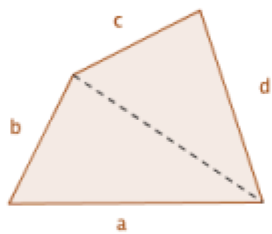
TRAPECIO



$$A = \frac{B + b}{2} \cdot a$$

$$P = B + c + d + b$$

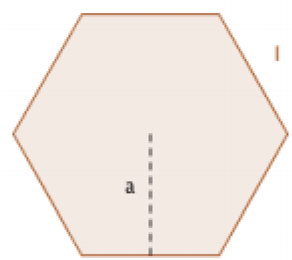
TRAPEZOIDE



A = Suma de las áreas de los 2 triángulos

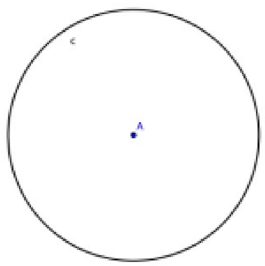
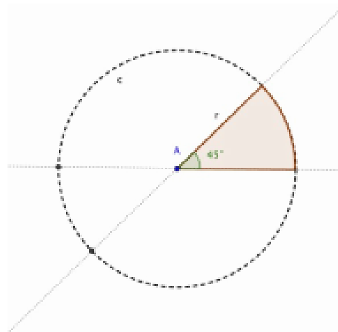
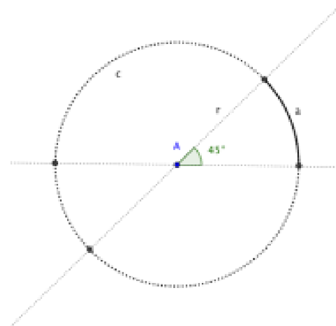
$$P = a + b + c + d$$

POLÍGONO REGULAR



$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

$$P = n \cdot l$$

CÍRCULO	SECTOR CIRCULAR	ARCO CIRCULAR
		
$A=\pi \cdot r^2$	$A=\dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot n^o}{360^o}$	-
$L=2 \cdot \pi \cdot r$	-	$L=\dfrac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot n^o}{360^o}$

Rol

Docente.-

“La tarea docente en la Educación. El/la Docente como trabajador/a. intelectual, ético-político”. Concebimos que la tarea docente se construye desde: las diversas trayectorias educativas que hemos realizado y realizamos como estudiantes, la reflexión crítica y transformadora que podemos efectuar de ella, y el vínculo creativo que materializamos en y con el conocimiento, el cual nos permite ir indagando y significando nuestro posicionamiento como futuros docentes.

Es por eso que en el curso de ingreso nos interesa detenernos en una reflexión que posibilite comprender el posicionamiento ético-político en la tarea docente desde la perspectiva de derechos humanos, e indagar y situar la pregunta, sobre que marcos epistémicos construirnos con el conocimiento. Nos preguntamos:

¿Cómo se construye el conocimiento históricamente situado?

¿Cómo se construyen las relaciones sociales e institucionales y sus modos de legitimación social?
¿Cómo realizamos esta tarea intelectual y práctica, como estudiantes?

¿Qué herramientas tenemos para abordar los diversos marcos teóricos?

¿Qué representaciones asumimos, implícita o explícitamente, ante los materiales teóricos?

Por lo tanto reflexionar, sobre nuestra tarea como futuros docentes nos invita a dialogar con diversos marcos teóricos que se asumen desde el campo de las materiales generales. En esta oportunidad dialogaremos con:

1) Los Artesanos de la Enseñanza. Acerca de la formación de maestros con oficio de Andrea Alliaud (Introducción)

2) Educación en Derechos Humanos. NUESTRA ESCUELA Programa Nacional de Formación Permanente.

3) La importancia de Leer y el Proceso de Liberación, Capítulo “Consideraciones en torno al acto de estudiar” de Paulo Freire.

“Una Educación en Derechos Humanos (EDH) sólo puede ser posible si consideramos a las docentes y a los docentes como sujetos sociales y políticos, es decir, como personas autónomas, críticas, que al intervenir como educadores y educadoras toman decisiones, se posicionan desde determinadas perspectivas (acerca de la educación, de su trabajo, de sus estudiantes, del campo de conocimiento que deben abordar, del proyecto de sociedad al que quieren contribuir, entre otros aspectos” (Área de Derechos Humanos y Pedagogía de la Memoria, INFD (2014). Clase 04: La tarea docente en la Educación en Derechos Humanos: el posicionamiento ético-político del educador. Especialización en Derechos Humanos. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación).

LOS ARTESANOS DE LA ENSEÑANZA

Acerca de la formación de maestros con oficio

Andrea Alliaud

PAIDÓS **VOCES** DE LA EDUCACIÓN

INTRODUCCIÓN

"HICE LO MEJOR QUE PUDE CON LO QUE TENÍA"

La frase que titula esta introducción es usada por el escritor Philip Roth, quien a su vez la toma prestada de un peso pesado del boxeo que la utilizó cuando estaba terminando su carrera. Al igual que él, el escritor da cuenta del final de una etapa y, luego de releer sus obras de atrás para delante, se pregunta por el sentido de lo que escribió.

La idea viene a cuento para presentar el proceso de producción de esta obra que me propongo compartir con quienes se encuentren con ella. Una obra que no surgió de un momento para el otro, sino que es el producto de un prolongado trabajo de indagación, de pensamiento y reflexión sobre cuestiones acuciantes de nuestro sistema educativo y, en particular, de la formación de nuestros futuros docentes. Una obra que, a medida que se fue gestando, fue incorporando –quizás sin que yo misma me diera cuenta– los aportes provenientes de largos e intensos intercambios con futuros colegas, con formadores, con estudiantes, con académicos. Una obra que se fue realizando y enriqueciendo en su propio devenir a partir de las lecturas reiteradas de algunos autores que se encontrarán mencionados varias veces a lo largo de ella. Pedagogos, sociólogos, filósofos, tales como Philip Jackson, Philippe Meirieu, François Dubet,

13

Daniel Pennac o George Steiner, fueron referentes constantes, así como todo tipo de ensayos o escritos publicados en distintos medios que hicieran alusión a los oficios y a sus formas de transmisión, al campo artístico, a la creatividad, a la innovación... Películas, obras literarias, obras de enseñanza se suman como interlocutores de este escrito que habla, que les habla, a los formadores e interpela el saber que sostiene sus prácticas de formación.

Una mención especial merece Richard Sennett y su obra *El artesano* (2009a), que representó una gran fuente de inspiración para avanzar sobre muchas de las cuestiones que venía pensando y trabajando en torno a la formación. Algunas ideas me cautivaron de entrada: una, referida a la artesanía en sí, entendida como la habilidad (en cualquier rubro) para hacer las cosas bien, por el simple hecho de hacerlas de esa manera; otra, que caracteriza a la producción artesanal como aquella en la que mano y cabeza (o pensamiento y acción, o teoría y práctica) no se separan, van unidas; y la tercera, asociada con las anteriores, que implica la superación, en estos procesos, de la mecanización técnica, monótona y rutinaria de cualquier trabajo, al incorporar la posibilidad de pensar, de sentir, así como la de querer mejorar en lo que se está haciendo.

"¿Qué tendrá que ver todo esto con la formación docente?", se podría preguntar. Avanzando en la lectura, quizás pueda comprenderse cómo esta manera de entender distintos tipos de actividades es particularmente fructífera para abordar la enseñanza y la formación de quienes se dediquen o vayan a dedicar a ella. Concebir el oficio de enseñar como producción, como intervención, como transformación de algo –que en nuestro caso son personas que, como consecuencia de nuestro accionar, tienen la posibilidad de formarse, de transformarse en algo distinto a lo que eran– nos coloca como adultos, como educadores, y convoca nuestra propia potencialidad de poder y saber hacerlo. Llegar a convertirnos en artesanos de nuestro propio trabajo, comprometidos con lo que hacemos, nos acerca a aquellos con quienes trabajamos y, a la vez, nos proyecta hacia la humanidad que contribuimos a eternizar, porque elegimos hacerlo.

La formación –y, fundamentalmente, la manera en que la llevamos a cabo– tiene mucho que ver con estas posibilidades que tenemos entre manos. Porque, tal como diría Sennett, todos podemos llegar a ser artesanos o "habilidosos" en lo que hacemos –artesanos de la enseñanza–; pero para lograrlo hace falta contar con cierta preparación. Una preparación que no disocie el pensamiento de la acción, pero que tampoco deje afuera el sentimiento; que nos convoque a saber y poder hacerlo; que nos acompañe, que nos conduzca, que nos enseñe a enseñar. Y a enseñar hoy, es decir, en los escenarios educativos del presente, con los desafíos y particularidades que los caracterizan. Con las dificultades, pero también con los caminos que se nos abren para crear, experimentar, innovar a medida que realizamos y nos realizamos en nuestro oficio, a medida que enseñamos. Porque de eso se trata la enseñanza hoy; ya no es como la entendíamos antes: una aplicación o implementación de lo aprendido o proyectado. Porque de eso también se trata la innovación, que en otro momento concebimos profunda, estructural, y que ahora sabemos forma parte de las prácticas diarias, llegando a ser condición necesaria para que la enseñanza acontezca y, de su mano, la transmisión. Porque la enseñanza como acción cotidiana convoca y nos convoca a un cambio permanente; pequeño, quizás, pero que nos aproxima a la grandeza de poder educar, formar y transformar a otros. Y en esta empresa es mucho lo que puede aportar la formación: nada más ni nada menos que el saber para poder hacerlo. Y es mucho lo que podrían aportar los que tienen oficio: los que saben y pueden hacerlo o los que pudieron hacerlo y lo hicieron bien: los expertos, los experimentadores y los experimentados.

La propia producción de este libro refleja algo de ese carácter artesanal: la construcción de esta obra fue tomando forma a medida que se producía; no sin ciertas ideas, por cierto, pero tampoco con un plan fijo que la encorsetara y limitara. Pero se trata de una obra *pedagógica*, que, como tal, se ubica en un terreno sinuoso entre la ciencia "objetiva" y el arte de quien la vive, la piensa, la siente, la produce. Lo mismo que la artesanía, a la que también puede caracterizarse como un híbrido entre el tecnicismo puro del virtuoso y la actividad errática del aficionado. Y el círculo comienza a cerrarse.

Una obra pedagógica *artesanal* que para mostrarse, desarrollarse, compartirse se apoyó en cuatro pilares básicos (lo que comúnmente llamamos "capítulos") y que, hacia el final, promueve la producción, la creación de la propia enseñanza, de las propias prácticas de formación. Y el círculo vuelve a abrirse.

- *Pilar 1:* da cuenta de lo que son las instituciones escolares en esta etapa de la modernidad y de lo que implica enseñar en ellas.
- *Pilar 2:* recupera el carácter de oficio de la enseñanza y alerta sobre la necesidad de aferrarnos a lo que sabemos hacer y que nos une a otros.
- *Pilar 3:* remite a los problemas políticos y pedagógicos de la formación, tratando de encontrar una alternativa para su superación. Se encuentra: en la experiencia, en los saberes de oficio.
- *Pilar 4:* abocado por completo a las prácticas de formación. Haciendo foco en la enseñanza, me ocupo, en una primera parte, de lo que se transmite (capacidades, compromiso, confianza) y de las formas apropiadas para su transmisión (repetición, imaginación, colaboración). En una segunda parte, abro el abanico de posibilidades para que los docentes en formación puedan aprender de la propia experiencia así como de la experiencia de otros, para llegar a convertirse en maestros con oficio o artesanos en su quehacer.

Hice lo mejor que pude con lo que tenía. La pregunta por el sentido que formulaba Roth la responderán ustedes, posibles lectores, abordando este libro de adelante para atrás o de atrás para delante, como más les guste. Sin duda, la obra está inconclusa... Los invito a enriquecerla. Si es con otros, ¡mucho mejor!

ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN Y DERECHOS HUMANOS Educación en Derechos Humanos Clase 4: La tarea docente en la Educación en Derechos Humanos: el posicionamiento ético-político del educador

¡Hola a todos y a todas! Hoy vamos a iniciar la última parte de este trayecto por la Educación en Derechos Humanos (EDH). En la primera clase retomamos la perspectiva de Abraham Magendzo, quien identifica dos ejes en la EDH: un eje epistemológico (vinculado con el conocimiento de los derechos humanos) y un eje pedagógico (relacionado con los principios político-pedagógicos que articulan la práctica docente). En las clases anteriores planteamos algunas reflexiones acerca del primer eje. En esta cuarta clase –y también en la quinta- vamos a desarrollar algunas nociones referidas al segundo eje. Para ello vamos a recuperar algunos aportes de la pedagogía crítica anglosajona y latinoamericana, esta última articulada con la educación popular. En este marco, organizamos la presente clase en tres partes: • En la primera, nos interesa detenernos en la reflexión sobre el posicionamiento ético-político docente en función de cumplir con las formas y los fines de la EDH; • en la segunda, vamos a introducir algunas nociones sobre la idea de praxis como aspecto fundamental de ese posicionamiento; • finalmente, en la tercera, analizaremos algunos desafíos que se nos presentan como docentes desde la pedagogía de los derechos humanos. Página | 2 Primera parte: Docente como sujeto social y político A lo largo de la historia, las educadoras y educadores han sido considerados de diversas maneras. Durante la modernidad, como vimos al inicio de este recorrido, la tarea docente era pensada en su dimensión vocacional, y a quienes ejercían esa vocación se los consideraba como misioneros (¿acaso nunca han escuchado llamar al trabajo docente "apostolado"?) que desarrollaban una tarea civilizatoria encomendada por el Estado. Se distinguían también por su saber pedagógico, entendiendo por esto "saber enseñar" o "saber transmitir" el conocimiento de la mejor forma. Muchas de estas representaciones están vigentes hoy en diversos discursos sociales (en los medios masivos de comunicación, en las aseveraciones de funcionarios y funcionarias, en el sentido común ciudadano y hasta de docentes). Hacia mediados del siglo pasado se fue proponiendo otra perspectiva que entendía a las educadoras y educadores como ejecutores de un saber que no construían. Estas posturas en educación se han denominado tecnocráticas, instrumentales o basadas en la gestión y han estado presentes en algunas reformas educativas. En nuestro país no han sido miradas dominantes pero sí podemos identificarlas en diferentes propuestas o proyectos. ¿Cuáles son los principios de estos modos de entender el rol docente? Para definirlos, vamos a retomar los planteos de Henry Giroux, uno de los referentes de la pedagogía crítica norteamericana. Este autor señala que en su país (si bien Estados Unidos tiene un sistema educativo muy diferente al nuestro, podemos Página | 3 identificar en proyectos específicos -que hemos vivido como docentes- algunas de sus observaciones) existe una proletarización del trabajo del profesor, es decir, "la tendencia a reducir a los profesores a la categoría de técnicos especializados dentro de la burocracia escolar, con la consiguiente función de gestionar y cumplimentar programas curriculares en lugar de desarrollar o asimilar críticamente los currículos para ajustarse a preocupaciones pedagógicas específicas" (1990: 172). Esto supone un conjunto de postulados pedagógicos, tales como: • separar la concepción de la ejecución, es decir, el diseño de lo que hay que enseñar de la enseñanza propiamente dicha; • estandarizar el conocimiento escolar para poder controlarlo mejor; • no considerar el trabajo del y de la docente como una tarea intelectual y crítica, sino como una ejecución pasiva de métodos de enseñanza; • priorizar la práctica, la aplicación de metodologías, por sobre la reflexión. "Lo que es evidente en este enfoque", dice Giroux, "es que organiza la vida escolar en torno a expertos en currículos, en instrucción y en evaluación, a los cuales se asigna de hecho la tarea de pensar, mientras que los profesores se ven reducidos a la categoría de simples ejecutores de esos pensamientos. El efecto es que no sólo se descalifica a los profesores y se les aparta de los procesos de deliberación y reflexión, sino que, además, la naturaleza del aprendizaje y la pedagogía del aula se convierten en procesos rutinarios (1990: 175). Al contrario de estas definiciones, creemos que una Educación en Derechos Humanos (EDH) sólo puede ser posible si consideramos a las docentes y a los docentes como sujetos sociales y políticos, es decir, como personas autónomas, críticas, que al intervenir como educadores y educadoras toman decisiones, se posicionan desde determinadas perspectivas (acerca de la educación, de su trabajo, de sus estudiantes, del campo de conocimiento que deben abordar, del proyecto de sociedad al que quieren contribuir, entre otros aspectos). Página | 4 Para seguir profundizando en este tema: Antonio Gramsci fue un filósofo, periodista y político italiano, miembro del Partido Comunista, que luchó contra el gobierno fascista de Mussolini. Como correlato de su militancia política e intelectual fue arrestado y condenado y pasó los últimos 10 años de su vida en prisión. Allí escribe su célebre obra, Cuadernos de la cárcel, donde reflexiona sobre el papel de los intelectuales en la sociedad y en la revolución y crea el concepto "intelectual orgánico", en referencia a aquellos construidos orgánicamente por los sectores populares para expresar sus intereses y experiencias. Cuando decimos que las docentes y los docentes son sujetos sociales y políticos, estamos afirmando también que son personas insertas en la vida social, que tienen ideas y concepciones sobre su trabajo, que adhieren a determinadas miradas sobre el mundo. Esto implica también sostener que no son seres neutrales, objetivos, sino que desarrollan su trabajo pedagógico desde esos posicionamientos, que siempre son políticos, aun cuando no son conscientes de ello. Desde la EDH se requieren docentes que actúen como intelectuales transformativos. Éste es un concepto de Henry Giroux que, retomando la idea de "intelectual orgánico" de Antonio Gramsci, la utiliza para caracterizar el tipo de educador o educadora que deberíamos promover. El pedagogo norteamericano recupera esta noción por varias razones: por un lado, porque deja en claro que el trabajo docente es de índole intelectual, no es una tarea técnica; por otro, porque para desempeñarse como intelectuales se requieren ciertas condiciones ideológicas y prácticas; por último, porque estos términos dejan ver que las docentes y los docentes siempre producen y legitiman ciertos intereses políticos, económicos y sociales a través de las pedagogías que ponen en práctica. En este sentido, una Educación en y para los Derechos Humanos implica reconocer que las escuelas y los sistemas educativos no transmiten meros conocimientos de forma objetiva, sino que incluyen y legitiman prácticas y valores específicos, miradas sobre el pasado y el futuro. Si pretendemos que esos valores y prácticas Página | 5 sean coincidentes con los derechos humanos, que sean coherentes con los principios de una sociedad justa y democrática, entonces debemos asumir nuestro papel en la lucha por la formación de niños, niñas y jóvenes que puedan reclamar y participar en la construcción de la sociedad. De este modo, cuando enseñamos, no replicamos nada ni desarrollamos acciones técnicas, sino que tomamos decisiones que son fundamentalmente éticas, dado que refieren a cuestiones vinculadas a "lo que vale la pena" enseñar (Salinas, en Angulo y Blanco, 1994). Verónica Piovani*, Directora Ejecutiva del INFoD, se refiere a estas cuestiones en una entrevista que quisiéramos compartir con ustedes. Video https://www.youtube.com/watch?v=drvRhdcfkS4 *Verónica Piovani es Licenciada en Comunicación Social, Maestranda en Ciencias Sociales, profesora e investigadora de la Universidad

Nacional de La Plata. Actualmente se desempeña como Directora Ejecutiva del Instituto Nacional de Formación Docente del Ministerio de Educación de la Nación. En la misma línea de lo que señala Piovani, Henry Giroux dice lo siguiente: "En el sentido más amplio, los profesores como intelectuales han de contemplarse en función de los intereses ideológicos y políticos que estructuran la naturaleza del discurso, las relaciones sociales del aula y los valores que ellos mismos legitiman en su enseñanza. Con esta perspectiva en la mente, quiero extraer la conclusión de que, si los profesores han de educar a los estudiantes para ser ciudadanos activos y críticos, deberían convertirse ellos mismos en intelectuales transformativos. Un componente central de la categoría de intelectual transformativo es la necesidad de conseguir que lo pedagógico sea más político y lo político más pedagógico. Hacer lo pedagógico más político significa insertar la instrucción escolar directamente en la esfera política, al demostrarse que dicha Página | 6 instrucción representa una lucha para determinar el significado y al mismo tiempo una lucha en torno a las relaciones de poder (...) Hacer lo político más pedagógico significa servirse de formas de pedagogía que encarnen intereses políticos de naturaleza liberadora; es decir, servirse de formas de pedagogía que traten a los estudiantes como sujetos críticos, hacer problemático el conocimiento, recurrir al diálogo crítico y afirmativo, y apoyar la lucha por un mundo cualitativamente mejor para todas las personas" (1990: 177 y 178). En otras palabras, ser conscientes, por un lado, de que nuestro trabajo legitima sentidos sobre el mundo e implementar, por otro, propuestas educativas que promuevan los derechos humanos. Esto implica necesariamente, como señala Piovani en la entrevista, un posicionamiento ético-político. Para reflexionar: Verónica Piovani afirma lo siguiente en la entrevista: "Decir que los docentes tenemos una tarea política significa que nuestro trabajo tiene un sentido y que cuando hacemos las cosas de una manera siempre existe la alternativa de hacerlas de otras maneras posibles, y por ello supone una decisión. Esa decisión es política". Si analizaran su propia práctica como docentes: ¿sobre qué aspectos toman decisiones habitualmente?, ¿podrían enumerarlos?; ¿qué posicionamiento político suponen esas decisiones?, ¿podrían distinguirlo? El reflexionar crítica y cotidianamente sobre nuestras acciones y decisiones es fundamental para posicionarnos ética y políticamente como educadores y educadoras en derechos humanos. Por eso, decíamos en clases anteriores, que para alcanzar estos objetivos no basta con conocer teóricamente los derechos humanos. Como sostiene Rosa María Mujica: "Para ser educadores en derechos humanos y en democracia no basta que tengamos ideas claras o conocimientos teóricos sobre estos temas, Página | 7 es fundamental cumplir con una serie de condiciones indispensables que son, entre otras: el sentirnos afectivamente convencidos de su decisiva utilidad para la construcción de una sociedad más humana; que nos comprometamos afectivamente tanto con el proyecto de sociedad que queremos construir como con las personas con las que trabajamos; que creamos en su capacidad de impacto transformador en las vidas de las personas; que tengamos fe en que todos los seres humanos, hasta el último día de nuestras vidas, podemos cambiar, podemos ser mejores personas, mejores sujetos, mejores humanos. Los educadores en derechos humanos debemos revisar a fondo nuestros pensamientos, sentimientos y actitudes. Esto implica desarrollar la capacidad de mirarnos a nosotros mismos críticamente y la disposición a cambiar aquellos pensamientos, sentimientos o actitudes que hemos ido asimilando en nuestro propio proceso de formación y que son un obstáculo no sólo para lograr nuestro propio desarrollo integral, sino que también son un obstáculo para el desarrollo de las personas que nos rodean, con las que vivimos o con las que trabajamos." (2002: 3 y 4) Segunda parte: La praxis como metodología de abordaje de los derechos humanos Si bien en la próxima clase vamos a profundizar sobre algunos principios teórico-metodológicos de intervención docente en línea con lo que venimos sosteniendo, nos interesa acá introducir ciertos elementos respecto de la noción de praxis como sustento de una pedagogía de los derechos humanos. Paulo Freire, filósofo y educador brasileño, es quien introdujo este concepto como central en su propuesta pedagógica. Esta noción refiere a una concepción pedagógica dialéctica que supone la propia realidad como punto de partida para su Página | 8 problematización y transformación. La praxis es la que orienta y sostiene el método de la educación popular. Carlos Núñez recupera esta perspectiva. Lo que él denomina "metodología dialéctica" no es otra cosa que la sistematización y la organización del proceso pedagógico que propone Freire a través del concepto de praxis. ¿En qué consiste esta metodología? Básicamente, en estructurar nuestra práctica pedagógica a partir de tres momentos: 1. La realidad y la práctica social como punto de partida. En un primer momento, es necesario que recuperemos en el proceso de trabajo con nuestras y nuestros alumnos la realidad social, identificando en ella tres cuestiones: la realidad objetiva y contextual en la que estamos insertos o insertas; la práctica social, es decir, las acciones individuales y colectivas que se realizan sobre esa realidad y las interpretaciones e intencionalidades que se producen sobre esa realidad y nos llevan a actuar sobre ella. Este último aspecto, que a veces se soslaya, es muy importante porque implica poder explicitar y hacer conscientes las razones de nuestras acciones (que remiten a sentimientos, prenociones, representaciones del mundo más o menos conscientes) y así ampliar las explicaciones que tenemos sobre nuestras prácticas. 2. La teorización. El segundo paso es la teorización a partir de la práctica. Para ello recuperamos el análisis previo e inicial y lo problematizamos desde categorías teóricas que posibiliten complejizar las primeras lecturas. Esto significa que podemos avanzar hacia nuevos niveles de comprensión sin alejarnos de la propia realidad: "…teorizar es un proceso de profundización ascendente, es decir, un proceso de acumulación y avance cuantitativo y cualitativo, en el conocimiento de la realidad y a partir de la misma realidad, mediante acciones sistemáticas de reconocimiento, abstracción, análisis y síntesis, que llevan, mediante la construcción y apropiación de conceptos, al conocimiento y apropiación de un modelo científico de interpretación de la realidad y de sus leyes históricas" (Núñez, 1996: 65). En este sentido, "teorizar" no es repetir conceptos abstractos sino recuperar la forma en que las estudiantes y los estudiantes expresan lo que entienden y los modos en que construyen nociones y las ponen en juego en el análisis. Página | 9 3. El retorno a la práctica. Por último, regresamos al punto de partida, pero no sólo para comprenderlo mejor, sino para generar acciones que permitan transformar nuestras prácticas (las propias y las de nuestras alumnas y alumnos) y, por ende, esa realidad social desde la que partimos. Por ejemplo: La educación de los niños y niñas muchas veces propicia prácticas que, más que problematizar, refuerzan estereotipos sociales masculinos y femeninos. En el Nivel Inicial, por ejemplo, la identificación del rosa y el celeste con las nenas y los nenes, el uso de juegos y estrategias pedagógicas que consagran determinadas profesiones o actividades para unas u otros (por ejemplo, la vinculación de tareas del mundo doméstico con las niñas y del mundo público con los niños como en el tradicional juego del "rincón de la mamá o del papá") o la organización de filas de nenas y varones son prácticas que aún se llevan a cabo y que naturalizan ciertas representaciones de género dominantes. Si procuráramos abordar las profesiones, por ejemplo, desde la metodología dialéctica deberíamos primero promover el reconocimiento de las alumnas y alumnos de aquellas carreras, trabajos u oficios que visualizan en su vida cotidiana para luego, a través de preguntas y de otras fuentes y soportes, analizar qué características tienen, quiénes las desarrollan y por qué no implican necesariamente un rol femenino o masculino. Aquí se puede invitar a mujeres que tienen profesiones tradicionalmente masculinas (bomberas, policías, doctoras, taxistas) o a varones con profesiones tradicionalmente femeninas (maestros, niñeros, modistos) para que narren sus experiencias. ¿Cómo continuarías con este ejemplo? ¿Qué secuencia didáctica podrías proponer para abordar este contenido desde una metodología dialéctica? Este proceso dialéctico posibilita ir y volver continuamente entre la realidad, la teoría y la acción para generar transformaciones. Es en este sentido que Paulo Página | 10 Freire afirma que la praxis es "reflexión y acción de los hombres sobre el mundo para transformarlo" (2008: 32). Para Freire, el proceso de conocimiento (de los derechos humanos, por ejemplo) debe ser un acto creador en el que los hombres –y las mujeres- mediatizados por el mundo, problematicen su lugar en él a partir del diálogo. Problematizar, entonces, es constituir al hombre -y a la mujer- y su realidad como problema. Sobre estos aspectos volveremos en la próxima clase. Tercera parte: Desafíos docentes en una educación en derechos humanos En esta última parte de la clase quisiéramos referirnos a ciertas ideas-fuerza que Abraham Magendzo distingue en la Educación en Derechos Humanos. Estas refieren a principios político-pedagógicos de intervención que podemos asumir como desafíos que enfrenta nuestra práctica docente en el mundo contemporáneo. Veamos cuáles son estas ideas-fuerza: 1. La EDH debe entenderse como una educación política -en tanto está dirigida a formar personas comprometidas con la transformación social-, reflexiva y crítica frente a la injusticia, la desigualdad, la discriminación, la intolerancia y la violación de los derechos humanos. 2. La EDH debe comprometerse éticamente con la justicia social en educación. Esto significa que debe asumir una postura ética que propicia prácticas pedagógicas en las que se creen condiciones para construir una cultura de los derechos humanos para todas las personas. 3. La EDH debe partir del reconocimiento de la diversidad social y cultural, es decir, debe introducir debates que posibiliten a las estudiantes y los estudiantes asumir posturas contrarias a la discriminación, respetar y valorar las diversidades. Esto se refiere "no sólo al respeto y escucha que se debe tener a la multiplicidad de voces que coexisten en la sociedad, sino también a que estas voces sean incluidas, desde sus muy particulares identidades, en el proceso de toma de decisiones de la sociedad" ("Dilemas y tensiones curriculares y pedagógicas de la educación en derechos humanos", pág. 314, 2010). Página | 11 4. La EDH es una educación contextualizada, que ha adoptado diferentes formas en distintos momentos históricos, como hemos visto en clases anteriores. Lo cierto es que podemos situarla en la historia reciente y vincularla con el devenir histórico-sociopolítico y cultural actual. 5. La EDH debe avanzar desde una concepción normativo-jurídica hacia una perspectiva pedagógica holística e integral. Esto implica superar la mirada jurídica para indagar en el análisis de la presencia de los derechos humanos en la vida cotidiana. De este modo, se busca salir de la tensión entre teoría y práctica y formar para y desde el ejercicio activo de los derechos. 6. La EDH contribuye a consolidar la democracia. Uno de sus objetivos principales es desarrollar capacidades en las personas para el ejercicio activo de la democracia, su defensa y fortalecimiento, lo que implica también cuestionar las democracias "de baja intensidad" excluyentes, en las que perdura la desigualdad y la discriminación. 7. La EDH favorece la construcción de la paz. En relación con el punto anterior, se fomenta la cultura de la paz, en contra de la violencia directa, cultural y/o estructural. 8. La EDH forma sujetos de derecho. Magendzo señala: "…la persona deviene sujeto de derecho en la propia práctica cotidiana con los derechos humanos" (2008: 18). Esto se vincula con el aprender los derechos desde su problematización y su ejercicio efectivo dentro y fuera de la escuela. Estas ideas-fuerza definen y orientan modos de intervención pedagógica para el abordaje de los derechos humanos (DDHH). Sin embargo, ponerlos en práctica no es sencillo y no es una tarea exenta de tensiones y dilemas. Como menciona Página | 12 Magendzo, existe un discurso favorable a la incorporación de los DDHH en el currículum y en la enseñanza, sin embargo, a veces nuestras prácticas contradicen ese discurso (por ejemplo, cuando la dinámica escolar es autoritaria o las clases son memorísticas sin ninguna problematización ni recuperación de la palabra de las estudiantes y los estudiantes). En este contexto, y para abordar una Educación en Derechos Humanos que sea verdaderamente crítica, resulta muy importante que no actuemos con neutralidad, es decir, que no presentemos posturas e interpretaciones de distintos sujetos o grupos como si fueran equivalentes o como si no tuvieran implicancias ideológicas y políticas. Un ejemplo claro refiere al tratamiento de la última dictadura cívico militar en nuestro país: presentarla como una guerra entre dos bandos (al estilo de la "teoría de los dos demonios") supone negar la violación de derechos humanos por parte del Estado e igualar su rol y responsabilidad con los de otros sectores de la sociedad civil que son desiguales en términos de poder, de legitimidad, de uso de la fuerza, entre muchos otros aspectos. Introducir esta lectura como una interpretación más oculta el papel político del educador y la educadora al adherir o no a estas interpretaciones. Esto supone, además, la relevancia de explicitar nuestros posicionamientos políticos, ideológicos y conceptuales y argumentar nuestras lecturas, evidenciando así que nuestro discurso no equivale a la verdad ni es objetivo, sino que es y será siempre situado y anclado en determinadas miradas sobre el mundo. Nos despedimos ahora hasta la próxima semana. Los dejamos con la lectura de la bibliografía obligatoria y el desarrollo de una actividad no obligatoria. Bibliografía Obligatoria • Giroux, Henry, "Los profesores como intelectuales transformativos", en Los profesores como intelectuales. Hacia una pedagogía crítica del aprendizaje, Paidos, Barcelona, 1990. Disponible en: Página | 13 http://www.centroalerta.cl/wp-content/uploads/2011/09/22-Los-profesorescomo-intelectuales-transformativos-Giroux.pdf (recuperado el 15 de septiembre de 2014) • Magendzo, Abraham, "Ideas-fuerza de la educación en derechos humanos", en Revista IIDH, Vol. 52, San José, Costa Rica, julio-diciembre de 2010. Disponible en: http://www.iidh.ed.cr/BibliotecaWeb/Varios/Documentos.Interno/BD_17721 20041/Revista-IIDH-52%20baja.pdf (recuperado el 20 de agosto de 2014) Complementaria • Freire, Paulo Pedagogía del oprimido, Siglo XXI Editores, Argentina, 2008. • Magendzo, Abraham "Ideas-fuerza y pensamiento de la educación en derechos humanos en Iberoamérica", en Magendzo, A. (comp.) Pensamiento e ideas-fuerza de la educación en derechos humanos en Iberoamérica, UNESCO-OEI, 2008. Disponible en: http://unescopaz.uprrp.edu/documentos/ideasfuerza.pdf (recuperado el 20 de agosto de 2014) • Magendzo, Abraham, "Ideas-fuerza de la educación en derechos humanos", en Revista IIDH, Vol. 52, San José, Costa Rica, julio-diciembre de 2010. Disponible en: http://www.iidh.ed.cr/BibliotecaWeb/Varios/Documentos.Interno/BD_17721 20041/Revista-IIDH-52%20baja.pdf (recuperado el 20 de agosto de 2014) • Magendzo, Abraham, "Dilemas y tensiones curriculares y pedagógicas de la educación en derechos humanos", Vol. 52, julio-diciembre de 2010, San José, Costa Rica. Disponible en: http://www.iidh.ed.cr/BibliotecaWeb/Varios/Documentos.Interno/BD_17721 20041/Revista-IIDH-52%20baja.pdf (recuperado el 20 de agosto de 2014) • Mujica, Rosa, "La metodología de la educación en derechos humanos", Instituto Interamericano de Derechos Humanos, San José, Costa Rica, 2002. Disponible en:

http://www.dhnet.org.br/educar/mundo/a_pdf/mujica_metodologia_educaci on.pdf (recuperado el 30 de agosto de 2014) Página | 14 • Núñez, Carlos "Educar para transformar, transformar para educar" (selección de textos), 1996. Disponible en: http://estrategiadidactica.files.wordpress.com/2011/12/nuc3b1ezcarlos_educar-para-transformar-transformar-para-educar.pdf • Salinas, Dino "La planificación de la enseñanza: ¿técnica, sentido común o saber profesional?", en Angulo, F. y Blanco, N. (coord.) Teoría y desarrollo del currículum, Ediciones Aljibe, España, 1994. Cómo citar este texto: Área de Derechos Humanos y Pedagogía de la Memoria, INFD (2014). Clase 04: La tarea docente en la Educación en Derechos Humanos: el posicionamiento ético-político del educador. Especialización en Derechos Humanos. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación. Esta obra está bajo una licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 3.0

LA IMPORTANCIA DEL ACTO DE LEER1

Por Paulo Freire

Rara ha sido la vez, a lo largo de tantos años de práctica pedagógica, y por lo tanto política, en que me he permitido la tarea de abrir, de inaugurar o de clausurar encuentros o congresos. Acepté hacerlo ahora, pero de la manera menos formal posible. Acepté venir aquí para hablar un poco de la importancia del acto de leer. Me parece indispensable, al tratar de hablar de esa importancia, decir algo del momento mismo en que me preparaba para estar aquí hoy; decir algo del proceso en que me inserté mientras iba escribiendo este texto que ahora leo, proceso que implicaba una comprensión crítica del acto de leer, que no se agota en la descodificación pura de la palabra escrita o del lenguaje escrito, sino que se anticipa y se prolonga en la inteligencia del mundo. La lectura del mundo precede a la lectura de la palabra, de ahí que la posterior lectura de ésta no pueda prescindir de la continuidad de la lectura de aquél. Lenguaje y realidad se vinculan dinámicamente. La comprensión del texto a ser alcanzada por su lectura crítica implica la percepción de relaciones entre el texto y el contexto. Al intentar escribir sobre la importancia del acto de leer, me sentí llevado –y hasta con gusto– a "releer" momentos de mi práctica, guardados en la memoria, desde las experiencias más remotas de mi infancia, de mi adolescencia, de mi juventud, en que la importancia del acto de leer se vino constituyendo en mí. Al ir escribiendo este texto, iba yo "tomando distancia" de los diferentes momentos en que el acto de leer se fue dando en mi experiencia existencial. Primero, la "lectura" del mundo, del pequeño mundo en que me movía; después la lectura de la palabra que no siempre, a lo largo de mi escolarización, fue la lectura de la "palabra-mundo". La vuelta a la infancia distante, buscando la comprensión de mi acto de "leer" el mundo particular en que me movía –y hasta donde no me está traicionando la memoria– me es absolutamente significativa. En este esfuerzo al que me voy entregando, re-creo y re-vivo, en el texto que escribo, la experiencia en el momento en que aún no leía la palabra. Me veo entonces en la casa mediana en que nací en Recife, rodeada de árboles, algunos de ellos como si fueran gente, tal era la intimidad entre nosotros; a su sombra jugaba y en sus ramas más dóciles a mi altura me experimentaba en riesgos menores que me preparaban para riesgos y aventuras mayores. La vieja casa, sus cuartos, su 1 Trabajo presentado en la apertura del Congreso Brasileño de Lectura, realizado en Campinas, Sao Paulo, en noviembre de 1981. 2 corredor, su sótano, su terraza –el lugar de las flores de mi madre–, la amplia quinta donde se hallaba, todo eso fue mi primer mundo. En él gateé, balbuceé, me erguí, caminé, hablé. En verdad, aquel mundo especial se me daba como el mundo de mi actividad perceptiva, y por eso mismo como el mundo de mis primeras lecturas. Los "textos", las "palabras", las "letras" de aquel contexto –en cuya percepción me probaba, y cuanto más lo hacía, más aumentaba la capacidad de percibir– encarnaban una serie de cosas, de objetos, de señales, cuya comprensión yo iba aprendiendo en mi trato con ellos, en mis relaciones mis hermanos mayores y con mis padres. Los "textos", las "palabras", las "letras" de aquel contexto se encarnaban en el canto de los pájaros: el del sanbaçu, el del olka-pro-caminho-quemvem, del bem-te-vi, el del sabiá; en la danza de las copas de los árboles sopladas por fuertes vientos que anunciaban tempestades, truenos, relámpagos; las aguas de la lluvia jugando a la geografía, inventando lagos, islas, ríos, arroyos. Los “textos”, las “palabras”, las “letras” de aquel contexto se encarnaban también en el silbo del viento, en las nubes del cielo, en sus colores, en sus movimientos; en el color del follaje, en la forma de las hojas, en el aroma de las hojas –de las rosas, de los jazmines–, en la densidad de los árboles, en la cáscara de las frutas. En la tonalidad diferente de colores de una misma fruta en distintos momentos: el verde del mango-espada hinchado, el amarillo verduzco del mismo mango madurando, las pintas negras del mango ya más que maduro. La relación entre esos colores, el desarrollo del fruto, su resistencia a nuestra manipulación y su sabor. Fue en esa época, posiblemente, que yo, haciendo y viendo hacer, aprendí la significación del acto de palpar. De aquel contexto formaban parte además los animales: los gatos de la familia, su manera mañosa de enroscarse en nuestras piernas, su maullido de súplica o de rabia; Joli, el viejo perro negro de mi padre, su mal humor cada vez que uno de los gatos incautamente se aproximaba demasiado al lugar donde estaba comiendo y que era suyo; “estado de espíritu”, el de Joli en tales momentos, completamente diferente del de cuando casi deportivamente perseguía, acorralaba y mataba a uno de los zorros responsables de la desaparición de las gordas gallinas de mi abuela. De aquel contexto –el del mi mundo inmediato– formaba parte, por otro lado, el universo del lenguaje de los mayores, expresando sus creencias, sus gustos, sus recelos, sus valores. Todo eso ligado a contextos más amplios que el del mi mundo inmediato y cuya existencia yo no podía ni siquiera sospechar. En el esfuerzo por retomar la infancia distante, a que ya he hecho referencia, buscando la comprensión de mi acto de leer el mundo particular en que me movía, permítanme repetirlo, re-creo, re-vivo, la experiencia vivida en el momento en que todavía no leía la palabra. Y algo que me parece importante, en el contexto general de que vengo hablando, emerge ahora insinuando su 3 presencia en el cuerpo general de estas reflexiones. Me refiero a mi miedo de las almas en pena cuya presencia entre nosotros era permanente objeto de las conversaciones de los mayores, en el tiempo de mi infancia. Las almas en pena necesitaban de la oscuridad o la semioscuridad para aparecer, con las formas más diversas: gimiendo el dolor de sus culpas, lanzando carcajadas burlonas, pidiendo oraciones o indicando el escondite de ollas. Con todo, posiblemente hasta mis siete años en el barrio de Recife en que nací iluminado por faroles que se perfilaban con cierta dignidad por las calles. Faroles elegantes que, al caer la noche, se “daban” a la vara mágica de quienes los encendían. Yo acostumbraba acompañar, desde el portón de mi casa, de lejos, la figura flaca del “farolero” de mi calle, que venía viniendo, andar cadencioso, vara iluminadora al hombro, de farol en farol, dando luz a la calle. Una luz precaria, más precaria que la que teníamos dentro de la casa. Una luz mucho más tomada por las sombras que iluminadora de ellas. No había mejor clima para travesuras de las almas que aquél. Me acuerdo de las noches en que, envuelto en mi propio miedo, esperaba que el tiempo pasara, que la noche se fuera, que la madrugada semiclareada fuera llegando, trayendo con ella el canto de los pajarillos “amanecedores”. Mis temores nocturnos terminaron por aguzarme, en las mañanas abiertas, la percepción de un sinnúmero de ruidos que se perdía en la claridad y en la algaraza de los días y resultaban misteriosamente subrayados en el silencio profundo de las noches. Pero en la medida en que fui penetrando en la intimidad de mi mundo, en que lo percibía mejor y lo “entendía” en la lectura que de él iba haciendo, mis temores iban disminuyendo. Pero, es importante decirlo, la “lectura” de mi mundo, que siempre fundamental para mí, no hizo de mí sino un niño anticipado en hombre, un racionalista de pantalón corto. La curiosidad del niño no se iba a distorsionar por el simple hecho de ser ejercida, en lo cual fui más ayudado que estorbado por mis padres. Y fue con ellos, precisamente, en cierto momento de esa rica experiencia de comprensión de mi mundo inmediato, sin que esa comprensión significara animadversión por lo que tenía encantadoramente misterioso, que comencé a ser introducido en la lectura de la palabra. El desciframiento de la palabra fluía naturalmente de la "lectura" del mundo particular. No era algo que se estuviera dando supuesto a él. Fui alfabetizado en el suelo de la quinta de mi casa, a la sombra de los mangos, con palabras de mi mundo y no del mundo mayor de mis padres. El suelo mi pizarrón y las ramitas fueron mis tizas. Es por eso por lo que, al llegar a la escuelita particular de Eunice Vasconcelos, cuya desaparición reciente me hirió y me dolió, y a quien rindo ahora un homenaje sentido, ya estaba alfabetizado. Eunice continúo y 4 profundizó el trabajo de mis padres. Con ella, la lectura de la palabra, de la frase, de la oración, jamás significó una ruptura con la "lectura" del mundo. Con ella, la lectura de la palabra fue la lectura de la "palabra-mundo". Hace poco tiempo, con profundo emoción, visité la casa donde nací. Pisé el mismo suelo en que me erguí, anduve, corrí, hablé y aprendí a leer. El mismo mundo, el primer mundo que se dio a mi comprensión por la "lectura" que de él fui haciendo. Allí reencontré algunos de los árboles de mi infancia. Los reconocí sin dificultad. Casi abracé los gruesos troncos –aquellos jóvenes troncos de mi infancia. Entonces, una nostalgia que suelo llamar mansa o bien educada, saliendo del suelo, de los árboles, de la casa, me envolvió cuidadosamente. Dejé la casa contento, con la alegría de quien reencuentra personas queridas. Continuando en ese esfuerzo de "releer" momentos fundamentales de experiencias de mi infancia, de mi adolescencia, de mi juventud, en que la comprensión crítica de la importancia del acto de leer se fue constituyendo en mí a través de su práctica, retomo el tiempo en que, como alumno del llamado curso secundario, me ejercité en la percepción crítica de los textos que leía en clase, con la colaboración, que hasta hoy recuerdo, de mi entonces profesor de lengua portuguesa. No eran, sin embargo, aquellos momentos puros ejercicios de los que resultase un simple darnos cuenta de la existencia de una página escrita delante de nosotros que debía ser cadenciada, mecánica y fastidiosamente "deletrada" en lugar de realmente leída. No eran aquellos momentos "lecciones de lectura" en el sentido tradicional esa expresión. Eran momentos en que los textos se ofrecían a nuestra búsqueda inquieta, incluyendo la del entonces joven profesor José Pessoa. Algún tiempo después, como profesor también de portugués, en mis veinte años, viví intensamente la importancia del acto de leer y de escribir, en el fondo imposibles de dicotomizar, con alumnos de los primeros años del entonces llamado curso secundario. La conjugación, la sintaxis de concordancia, el problema de la contradicción, la enciclisis pronominal, yo no reducía nada de eso a tabletas de conocimientos que los estudiantes debían engullir. Todo eso, por el contrario, se proponía a la curiosidad de los alumnos de manera dinámica y viva, en el cuerpo mismo de textos, ya de autores que estudiábamos, ya de ellos mismos, como objetos a desvelar y no como algo parado cuyo perfil yo describiese. Los alumnos no tenían que memorizar mecánicamente la descripción del objeto, sino aprender su significación profunda. Sólo aprendiéndola serían capaces de saber, por eso, de memorizarla, de fijarla. La memorización mecánica de la descripción del objeto no se constituye en conocimiento del objeto. Por eso es que la lectura de un texto, tomado como pura descripción de un objeto y hecha en el sentido de memorizarla, ni es real lectura ni resulta de ella, por lo tanto, el conocimiento de que habla el texto. 5 Creo que mucho de nuestra insistencia, en cuanto profesores y profesoras, en que los estudiantes "lean", en un semestre, un sinnúmero de capítulos de libros, reside en la comprensión errónea que a veces tenemos del acto de leer. En mis andanzas por el mundo, no fueron pocas las veces en que los jóvenes estudiantes me hablaron de su lucha con extensas bibliografías que eran mucho más para ser "devoradas" que para ser leídas o estudiadas. Verdaderas "lecciones de lectura" en el sentido más tradicional de esta expresión, a que se hallaban sometidos en nombre de su formación científica y de las que debían rendir cuenta a través del famoso control de lectura. En algunas ocasiones llegué incluso a ver, en relaciones bibliográficas, indicaciones sobre las páginas de este o aquel capítulo de tal o cual libro que debían leer: "De la página 15 a la 37". La insistencia en la cantidad de lecturas sin el adentramiento debido en los textos a ser comprendidos, y no mecánicamente memorizados, revela una visión mágica de la palabra escrita. Visión que es urgente superar. La misma, aunque encarnada desde otro ángulo, que se encuentra, por ejemplo, en quien escribe, cuando identifica la posible calidad o falta de calidad de su trabajo con la cantidad páginas escritas. Sin embargo, uno de los documentos filosóficos más importantes que disponemos, las Tesis sobre Feuerbach de Marx, ocupan apenas dos páginas y media... Parece importante, sin embargo, para evitar una comprensión errónea de lo que estoy afirmando, subrayar que mi crítica al hacer mágica la palabra no significa, de manera alguna, una posición poco responsable de mi parte con relación a la necesidad que tenemos educadores y educandos de leer, siempre y seriamente, de leer los clásicos en tal o cual campo del saber, de adentrarnos en los textos, de crear una disciplina intelectual, sin la cual es posible nuestra práctica en cuanto profesores o estudiantes. Todavía dentro del momento bastante rico de mi experiencia como profesor de lengua portuguesa, recuerdo, tan vivamente como si fuese de ahora y no de un ayer ya remoto, las veces en que me demoraba en el análisis de un texto de Gilberto Freyre, de Lins do Rego, de Graciliano Ramos, de Jorge Amado. Textos que yo llevaba de mi casa y que iba leyendo con los estudiantes, subrayando aspectos de su sintaxis estrechamiento ligados, con el buen gusto de su lenguaje. A aquellos análisis añadía comentarios sobre las necesarias diferencias entre el portugués de Portugal y el portugués de Brasil. Vengo tratando de dejar claro, en este trabajo en torno a la importancia del acto de leer –y no es demasiado repetirlo ahora–, que mi esfuerzo fundamental viene siendo el de explicar cómo, en mí, se ha venido destacando esa importancia. Es como si estuviera haciendo la "arqueología" de mi comprensión del complejo acto de leer, a lo largo de mi experiencia existencial. De ahí que haya hablado de momentos de mi infancia, de mi adolescencia, de 6 los comienzos de mi juventud, y termine ahora reviendo, en rasgos generales, algunos de los aspectos centrales de la proposición que hice hace algunos años en el campo de la alfabetización de adultos. Inicialmente me parece interesante reafirmar que siempre vi la alfabetización de adultos como un acto político y como un acto de conocimiento, y por eso mismo un acto creador. Para mí sería imposible de comprometerme en un trabajo de memorización mecánica de ba-be-bi-bo-bu, de la-le-li-lo-lu. De ahí que tampoco pudiera reducir la alfabetización a la pura enseñanza de la palabra, de las sílabas o de las letras. Enseñanza en cuyo proceso el alfabetizador iría "llenando" con sus palabras las cabezas supuestamente "vacías" de los alfabetizandos. Por el contrario, en cuanto acto de conocimiento y acto creador, el proceso de la alfabetización tiene, en el alfabetizando, su sujeto. El hecho de que éste necesite de la ayuda del educador, como ocurre en cualquier acción pedagógica, no significa que la ayuda del educador deba anular su creatividad y su responsabilidad en la creación de su lenguaje escrito y en la lectura de su lenguaje. En realidad, tanto el alfabetizador como el alfabetizando, al tomar, por ejemplo, un objeto, como lo hago ahora con el que tengo entre los dedos, sienten el objeto, perciben el objeto sentido y son capaces de expresar verbalmente el objeto sentido y percibido. Como yo, el analfabeto es capaz de sentir la pluma, de percibir la pluma, de decir la pluma. Yo, sin embargo, soy capaz de no sólo sentir la pluma, sino además de escribir pluma y, en consecuencia, leer pluma. La alfabetización es la creación o el montaje de la expresión escrita de la expresión oral. Ese montaje no lo puede hacer el educador para los educandos, o sobre ellos. Ahí tiene él un momento de su tarea creadora. Me parece innecesario extenderme más, aquí y ahora, sobre lo que he desarrollado, en diferentes momentos, a propósito de la complejidad de este proceso. A un punto, sin embargo, aludido varias veces en este texto, me gustaría volver, por la significación que tiene para la comprensión crítica del acto de leer y, por consiguiente, para la propuesta de alfabetización a que me he consagrado. Me refiero a que la lectura del mundo precede siempre a la lectura de la palabra y la lectura de ésta implica la continuidad de la lectura de aquél. En la propuesta a que hacía referencia hace poco, este movimiento del mundo a la palabra y de la palabra al mundo está siempre presente. Movimiento en que la palabra dicha fluye del mundo mismo a través de la lectura que de él hacemos. De alguna manera, sin embargo, podemos ir más lejos y decir que la lectura de la palabra no es sólo precedida por la lectura del mundo sino por cierta forma de "escribirlo" o de "rescribirlo", es decir de transformarlo a través de nuestra práctica consciente. Este movimiento dinámico es uno de los aspectos centrales, para mí, del proceso de alfabetización. De ahí que siempre haya insistido en que las palabras con que organizar el programa de alfabetización debían provenir del universo 7 vocabular de los grupos populares, expresando su verdadero lenguaje, sus anhelos, sus inquietudes, sus reivindicaciones, sus sueños. Debían venir cargadas de la significación de su experiencia existencial y no de la experiencia del educador. La investigación de lo que llamaba el universo vocabular nos daba así las palabras del Pueblo, grávidas de mundo. Nos llegaban a través de la lectura del mundo que hacían los grupos populares. Después volvían a ellos, insertas en lo que llamaba y llamo codificaciones, que son representaciones de la realidad. La palabra ladrillo, por ejemplo, se insertaría en una representación pictórica, la de un grupo de albañiles, por ejemplo, construyendo una casa. Pero, antes de la devolución, en forma escrita, de la palabra oral de los grupos populares, a ellos, para el proceso de su aprehensión y no de su memorización mecánica, solíamos desafiar a los alfabetizandos con un conjunto de situaciones codificadas de cuya descodificación o "lectura" resultaba la percepción crítica de lo que es la cultura, por la comprensión de la práctica o del trabajo humano, transformador del mundo, En el fondo, ese conjunto de representaciones de situaciones concretas posibilitaba a los grupos populares una "lectura" de la "lectura" anterior del mundo, antes de la lectura de la palabra. Esta "lectura" más crítica de la "lectura" anterior menos crítica del mundo permitía a los grupos populares, a veces en posición fatalista frente a las injusticias, una comprensión diferente de su indigencia. Es en este sentido que la lectura crítica de la realidad, dándose en un proceso de alfabetización o no, y asociada sobre todo a ciertas prácticas claramente políticas de movilización y de organización, puede constituirse en un instrumento para lo que Gramsci llamaría acción contrahegemónica. Concluyendo estas reflexiones en torno a la importancia del acto de leer, que implica siempre percepción crítica, interpretación y "reescritura" de lo leído, quisiera decir que, después de vacilar un poco, resolví adoptar el procedimiento que he utilizado en el tratamiento del tema, en consonancia con mi forma de ser y con lo que puedo hacer. Finalmente, quiero felicitar a quienes idearon y organizaron este congreso. Nunca, posiblemente, hemos necesitado tanto de encuentros como éste, como ahora. 12 de noviembre de 1981 En Freire, Paulo (1991), La importancia de leer y el proceso de liberación, México, Siglo XXI Editores.